MATEMÁTICA – Gabarito - Grupo G

1ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Cálculos e respostas:

Sejam
$\ell \longrightarrow$ preço da loção

$x \longrightarrow$ preço do xampu

$c \longrightarrow$ preço do condicionador

A partir dos dados da tabela monta-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2\ell + 3x = 38 \\ 4x + 2c = 26 \\ 2\ell + 1c = 31 \end{cases}$$

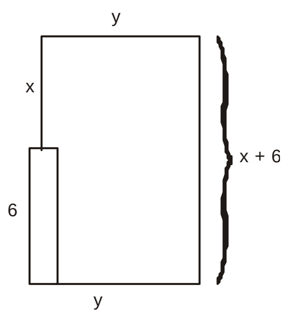
Resolvendo-se o sistema obtém-se:

$x = 4$, $\ell = 13$, $c = 5$

Portanto, os preços do xampu, loção e condicionador são, respectivamente, R$ 4,00; R$ 13,00 e R$ 5,00.

2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Cálculos e respostas:



O perímetro do cercado é dado por $6 + x + y + x + 6 + y$. Como o muro de 6m será aproveitado, tem-se que $34 = x + y + x + 6 + y$, ou seja $y = 14 – x$

A área do cercado é dada por $A = (x + 6)\, y = (x + 6)(14 – x) = -x^2 + 8x + 84$, $0 \le x < 14$ que pode ser representada graficamente por um arco de parábola, com concavidade voltada para baixo e vértice no ponto de abscissa $x_v = \dfrac{-8}{2\,.\,(-1)} = 4$, que fornece o maior valor para a área. Portanto, o valor de y no cercado é $y = 14 – x = 14 – 4 = 10$.

Logo, o cercado de maior área será o quadrado de lado igual a 10m.

3ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Cálculos e respostas:

A gratificação y que um funcionário recebe quando obtém 100 pontos é a mesma que a recebida quando obtém 90 pontos. Tem-se, observando o gráfico, que $\dfrac{y - 110}{310 - 110} = \dfrac{90 - 30}{50 - 30}$. Portanto, $y = 710$

Ou seja, a gratificação será de R$ 710,00.

MATEMÁTICA – Gabarito - Grupo G

4ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Cálculos e respostas:

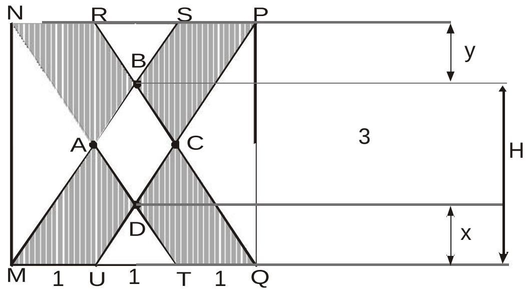
Os dois primeiros algarismos são conhecidos (7 e 5). Para o último, como deve ser ímpar e os algarismos não se repetem, restam 3 alternativas (1, 3 ou 9). Para o terceiro algarismo, restam 7 alternativas. Para os seguintes (4^o e 5^o) restarão, respectivamente, 6 e 5 alternativas, uma vez que não existem algarismos repetidos. Portanto, existem

$$\boxed{7}\ \boxed{5}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}$$
$$7 \times 6 \times 5 \times 3 = 630$$

630 possibilidades. Como ela leva 10s para cada tentativa, o tempo máximo é de 630 x 10 = 6300 s = 1h45min

5ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Cálculos e respostas:



Os triângulos UDT e MBQ são semelhantes.

Logo $\dfrac{\overline{UT}}{\overline{MQ}} = \dfrac{x}{H} = \dfrac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{H}{3}$

Pela simetria da figura, $y = \dfrac{H}{3}$ então: y + x + H – x = 3 cm

$\dfrac{H}{3} + H = 3$ logo $H = \dfrac{9}{4}$ e $x = \dfrac{3}{4}$

Assim, área de UDT = $\dfrac{\overline{UT} \times x}{2} = \dfrac{1 \times 3/4}{2} = \dfrac{3}{8}\,cm^2$

Área de MBQ = $\dfrac{\overline{MQ} \times H}{2} = \dfrac{3 \times 9/4}{2} = \dfrac{27}{8}\,cm^2$

Portanto a área da região hachurada pode ser calculada por

A = 2x (Área de MBQ – 3x Área de UDT) = 2 x $\left(\dfrac{27}{8} - 3 \times \dfrac{3}{8}\right)$ = 4,5 cm^2

MATEMÁTICA – Gabarito - Grupo G

6ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Cálculos e respostas:

a) $q = \dfrac{a_2}{a_1}$,

$a_1 = \dfrac{(x_1 - x_2)y_1}{2}$

mas $x_1 = \dfrac{1}{2}$, $x_2 = \dfrac{1}{4}$, $y_1 = \sqrt{2}$ $\Rightarrow$ $a_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{8}$

$a_2 = \dfrac{(x_2 - x_3)y_2}{2}$

mas $x_3 = \dfrac{1}{8}$ e $y_2 = \dfrac{1}{\sqrt{1/4}} = 2$ $\Rightarrow$ $a_2 = \dfrac{1}{8}$

Logo $q = \dfrac{1/8}{\frac{\sqrt{2}}{8}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

b) $S = \dfrac{a_1}{1 - q} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{8}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{1 + \sqrt{2}}{4}$

7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Cálculos e respostas:

a) José cometeu o erro na última etapa do seu raciocínio, uma vez que a função exponencial dada por $f(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ é decrescente.

b) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{4/m} > \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2m+2}$

portanto, $2m + 2 > \dfrac{4}{m}$ ou $\dfrac{2m^2 + 2m - 4}{m} > 0$ $\Rightarrow$ $\dfrac{2(m-1)(m+2)}{m} > 0$

Mas $m > 0$. Daí, $\dfrac{2(m-1)(m+2)}{m} > 0 \Rightarrow (m - 1)(m + 2) > 0 \Rightarrow m < -2$ ou $m > 1$.

Conclui-se que, o menor número inteiro positivo m que satisfaz a inequação é 2.

MATEMÁTICA – Gabarito - Grupo G

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)
Cálculos e respostas:

Suponha, sem perda de generalidade, que o valor da mesada seja R$ 100,00. Assim, o jovem gasta:

45 reais com transporte
25 reais com lazer
30 reais com lanche

A despesa com transporte aumentou em 10% e o total foi mantido. Portanto, ele passou a gastar:

49,50 reais com transporte
30 reais com lanche
20,50 reais com lazer

Portanto, a redução com lazer foi de $\frac{25 - 20{,}50}{25} \times 100\% = 18\%$

MATEMÁTICA – Gabarito - Grupo G

Espaço reservado para rascunho