1ª Questão: (1,0 ponto)

Na perfumaria XEROBOM, o xampu, o condicionador e a loção de sua fabricação estão sendo apresentados aos clientes em três tipos de conjuntos:

CONJUNTO	PREÇO
2 loções e 3 xampus	R$ 30,00
4 xampus e 2 condicionadores	R$ 26,00
2 loções e 1 condicionador	R$ 31,00

Determine o preço de cada um desses produtos, considerando que o preço individual de cada produto é o mesmo, independente do conjunto ao qual pertence.

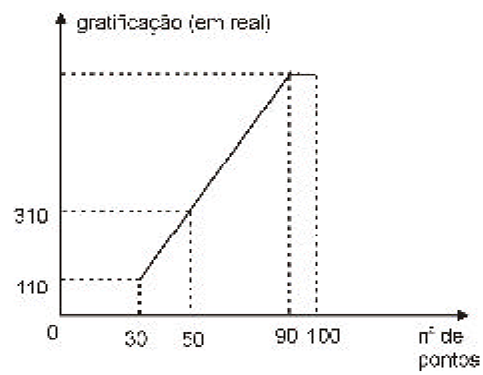
2ª Questão: (1,0 ponto)

Um muro, com 6 metros de comprimento, será aproveitado como **parte** de um dos lados do cercado retangular que certo criador precisa construir. Para completar o contorno desse cercado o criador usará 34 metros de cerca.

Determine as dimensões do cercado retangular de maior área possível que o criador poderá construir.

3ª Questão: (1,5 ponto)

A Cerâmica Marajó concede uma gratificação mensal a seus funcionários em função da produtividade de cada um convertida em pontos; a relação entre a gratificação e o número de pontos está representada no gráfico a seguir.



Observando que, entre 30 e 90 pontos, a variação da gratificação é proporcional à variação do número de pontos, determine a gratificação que um funcionário receberá no mês em que obtiver 100 pontos.

4ª Questão: (1,5 ponto)

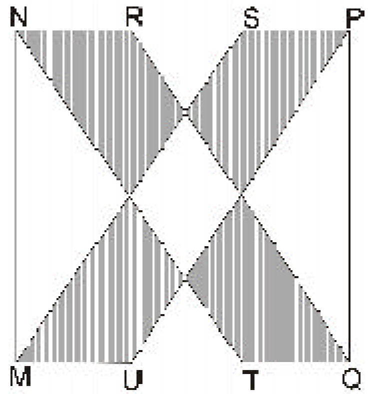
Diogo precisa que sua mulher, Cristina, retire dinheiro no caixa eletrônico e manda entregar-lhe o cartão magnético, acreditando que ela saiba qual é a senha.

Cristina, entretanto, recorda que a senha, composta de seis algarismos distintos, começa por 75 — os dois algarismos finais indicativos do ano em que se casou com Diogo; lembra, ainda, que o último algarismo da senha é ímpar.

Determine o tempo máximo necessário para Cristina descobrir a senha da conta de Diogo, caso ela gaste 10 segundos no teste de cada uma das possíveis senhas.

5ª Questão: (1,5 ponto)

Os lados MQ e NP do quadrado MQPN estão divididos em três partes iguais, medindo 1cm cada um dos segmentos MU, UT,TQ, NR, RS e SP. Unindo-se os pontos N e T, R e Q, S e M, P e U por segmentos de reta, obtém-se a figura:



Calcule a área da região sombreada na figura acima.

6ª Questão: (1,5 ponto)

Os termos gerais de duas seqüências são dados, respectivamente, por:

$$x_n = \frac{1}{2^n} \qquad \text{e} \qquad y_n = \frac{1}{\sqrt{x_n}}, \; n \in \mathbb{N}^*$$

Considere a seqüência de termo geral $a_n = \dfrac{(x_n - x_{n+1}) \cdot y_n}{2}$, $n \in \mathbb{N}^*$ e calcule:

a) a razão da progressão geométrica $\{a_1, a_2, \dots, a_n, \dots\}$;
b) a soma infinita $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$

7ª Questão: (1,0 ponto)

a) Ao resolver uma questão, José apresentou o seguinte raciocínio:

"Como $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$ tem-se $\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$ e conclui-se que 2 > 3."

Identifique o erro que José cometeu em seu raciocínio, levando-o a essa conclusão absurda.

b) Sem cometer o mesmo erro que José, determine o menor número m, inteiro e positivo, que satisfaz à inequação:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4/m} > \left(\frac{1}{4}\right)^{m+1}$$

8ª Questão: (1,0 ponto)

Um jovem recebe mesada dos pais e gasta 45% com transporte, 25% com lazer e 30% com lanches. A despesa com transporte aumentou em 10%, porém, o valor total da mesada foi mantido.

Determine o percentual que ele precisa reduzir da quantia destinada ao lazer para fazer frente a esse aumento, sem alterar sua despesa com lanches.