M a t e m á t i c a - G a b a r i t o – G r u p o G

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Um motorista de táxi cobra, em cada corrida, o valor fixo de R$ 3,20 mais R$ 0,80 por quilômetro rodado.

a) Indicando por x o número de quilômetros rodados e por P o preço a pagar pela corrida, escreva a expressão que relaciona P com x.

b) Determine o número máximo de quilômetros rodados para que, em uma corrida, o preço a ser pago não ultrapasse R$ 120,00.

Cálculos e respostas:

a) $P = 3{,}20 + 0{,}80x$

b) $P \leq 120 \Rightarrow 3{,}20 + 0{,}80x \leq 120 \Rightarrow 0{,}80\,x \leq 116{,}80 \Rightarrow x \leq 146$

O número máximo é 146 quilômetros

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Considere a função real de variável real f definida por

$$f(x) = \log \sqrt{\frac{1 - x^2}{2 - x}}$$

Determine o domínio de f.

Cálculos e respostas:

$$\frac{1 - x^2}{2 - x} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{(1 + x)(1 - x)}{2 - x} > 0$$

	-1	1	2	
1 + x	-	+	+	+
1 - x	+	+	-	-
2 - x	+	+	+	-
sinal	-	+	-	+

Dom f = $(-1, 1) \cup (2, +\infty)$

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Em 15 de julho de 2001, Miguel deverá pagar a taxa de condomínio acrescida, a partir desse mês, de uma cota extra. Após o primeiro pagamento essa cota sofrerá, mensalmente, uma redução de 60%.

Determine o mês em que, na taxa de condomínio a ser paga por Miguel, a cota extra original estará reduzida de 93,6%.

Cálculos e respostas:

cota extra em julho: C
cota extra em agosto: 0,4 C

⋮

Cota extra no n-ésimo mês = $C - \dfrac{93{,}6}{100} C = 0{,}064\ C$

Construímos a P.G.= (C, 0,4C, ..., 0,064C)

Assim,

$$a_n = a_1 \, . \, q^{n-1} \Rightarrow 0{,}064C = C \, . \, (0{,}4)^{n-1} \Rightarrow \left(\frac{4}{10}\right)^3 = \left(\frac{4}{10}\right)^{n-1} \Rightarrow n - 1 = 3 \Rightarrow n = 4$$

A cota extra original estará reduzida de 93,6% em outubro.

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Considere as retas r, s e t cujas equações são, respectivamente, $\frac{x}{p} + y = 1$, $x - py = p$ e $2x + 3y = 6$, com $p \neq 0$.

Determine:

a) o valor de p para o qual r, s e t interceptam-se em um único ponto M;

b) as coordenadas do ponto de interseção M.

Cálculos e respostas:

$$r \cap s : \begin{cases} \frac{x}{p} + y = 1 \\ x - py = p \Rightarrow x = p + py \Rightarrow \frac{x}{p} = 1 + y \end{cases}$$

$1 + y + y = 1 \quad \Rightarrow \quad y = 0 \quad \Rightarrow \; x = p$

$$s \cap t: \begin{cases} x - py = p \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

$y = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$

Logo, $p = 3$

b) Ponto de interseção: $(3,0)$

5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Os cavalos X, Y e Z disputam uma prova ao final da qual não poderá ocorrer empate. Sabe-se que a probabilidade de X vencer é igual ao dobro da probabilidade de Y vencer. Da mesma forma, a probabilidade de Y vencer é igual ao dobro da probabilidade de Z vencer.

Calcule a probabilidade de:

a) X vencer;
b) Y vencer;
c) Z vencer.

Cálculos e respostas:

Sabe-se que $p(X) = 2p(Y) = 2 \times 2p(Z)$

Seja $p(Z) = P$.

Logo,

$p(Y) = 2P$ e $p(X) = 4P$

Temos

$p(X \cup Y \cup Z) = p(X) + p(Y) + p(Z) = 1$, pois os eventos são independentes.

$$P + 2P + 4P = 7P = 1 \Rightarrow P = \frac{1}{7}$$

Logo,

$$p(X) = \frac{4}{7}, \ p(Y) = \frac{2}{7} \ \text{e} \ p(Z) = \frac{1}{7}.$$

a) A probabilidade de X vencer é $\frac{4}{7}$.

b) A probabilidade de Y vencer é $\frac{2}{7}$.

c) A probabilidade de Z vencer é $\frac{1}{7}$.

Matemática- Gabarito – Grupo G