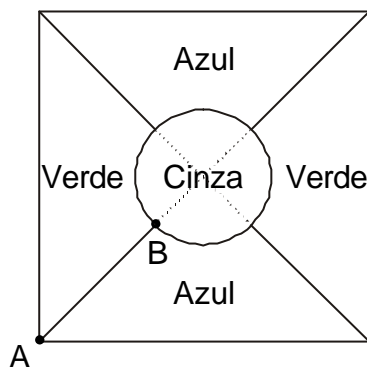


G a b a r i t o – M a t e m á t i c a – G r u p o G

1ª Questão: (2,0 pontos)



Paulo deve colorir um painel quadrado, com um círculo centrado, usando as cores azul, verde e cinza, conforme indica a figura.



Sabe-se que a medida do lado do quadrado é 2m e que a do segmento \overline{AB} é 1m.

Determine:

- o raio do círculo;
- a área, em m^2 , a ser colorida de azul.

Cálculos e respostas:

a) lado do quadrado = 2m \Rightarrow diagonal = $2\sqrt{2}$, logo o raio do círculo é dado por

$$r = \frac{1}{2}(2\sqrt{2}) - \overline{AB} = (\sqrt{2} - 1)m$$

b)

Considere S_a a área a ser pintada de azul, S_c a área do círculo, S_v a área a ser pintada de verde e S a área total do painel.

Assim,

$$S = S_a + S_c + S_v = 2^2$$

Mas $S_a = S_v$, logo

$$2 S_a = 2^2 - S_c$$

$$2 S_a = 4 - \pi(\sqrt{2} - 1)^2$$

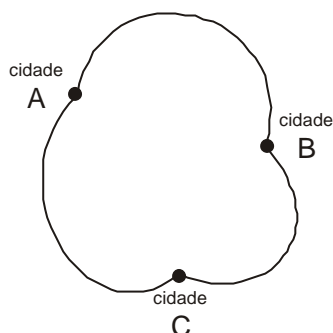
G a b a r i t o – M a t e m á t i c a – G r u p o G

$$S_a = 2 - \frac{\pi}{2} (\sqrt{2} - 1)^2 \text{ m}^2$$

2ª Questão: (2,0 pontos)



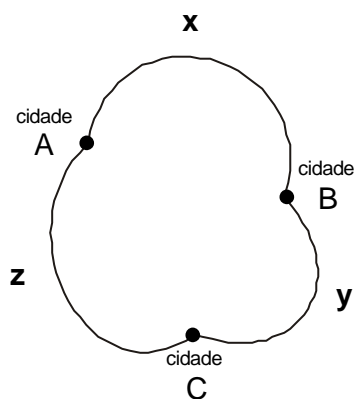
As ligações entre as cidades A, B e C figuram num mapa rodoviário conforme ilustrado abaixo:



Seguindo esse mapa, uma pessoa que se deslocar de A para C, passando por B, percorrerá 450 km. Caso a pessoa se desloque de A para B, passando por C, o percurso será de 600 km. Para se deslocar de B para C, passando por A, a pessoa vai percorrer 800 km.

Determine quantos quilômetros esta pessoa percorrerá ao se deslocar de A para B, sem passar por C.

Cálculos e resposta:



$$\begin{cases} x + y = 450 \\ y + z = 600 \\ x + z = 800 \end{cases}$$

Assim,

$$y = 450 - x \text{ e } y = 600 - z \Rightarrow z - x = 150 \Rightarrow z = 150 + x$$

Mas

G a b a r i t o – M a t e m á t i c a – G r u p o G

$$x + z = 800 \Rightarrow x + (150 + x) = 800 \Rightarrow 2x = 650 \Rightarrow x = 325 \text{ km}$$

3ª Questão: (2,0 pontos)

--	--

A confeitaria Cara Melada é conhecida por suas famosas balas de leite, vendidas em pacotes. No Natal, esta confeitaria fez a seguinte promoção: colocou, em cada pacote, 20% a mais de balas e aumentou em 8% o preço do pacote. Determine a variação, em porcentagem, que essa promoção acarretou no preço de cada bala do pacote.

Cálculos e resposta:

Q quantidade de balas no pacote

P preço do pacote

1 bala custa inicialmente $\frac{P}{Q}$.

Na promoção, o número de balas no pacote passa a ser 1,2 Q, o preço por pacote passa a ser 1,08 P e uma bala

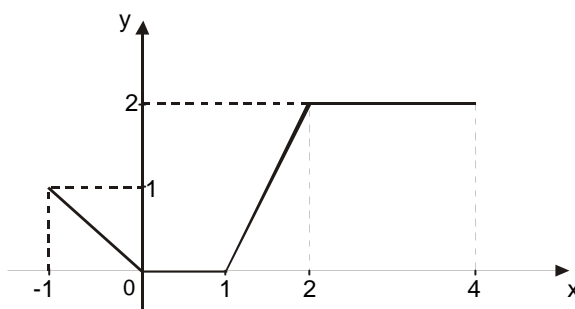
custa $\frac{1,08 P}{1,2 Q} = 0,9 \frac{P}{Q}$.

Como antes da promoção o preço era $\frac{P}{Q}$, houve uma redução de 10% no preço de cada bala.

G a b a r i t o – M a t e m á t i c a – G r u p o G

4ª Questão: (2,0 pontos)

Considere a função real de variável real f e a função g tal que $\text{Dom}(g) = [-1,4]$ e $g(x) = f(2x) - 1$.
O gráfico de g é representado na figura a seguir.



Pede-se:

- a expressão que define g ;
- a imagem de g ;
- a expressão que define f no intervalo $[0,4]$.

Cálculos e respostas:

a) $-1 \leq x < 0$	$0 \leq x < 1$	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x \leq 4$
$g(x) = -x$	$g(x) = 0$	$g(x) = ax + b ; a = 2$	$g(x) = 2$
		$g(x) = 2x + b$	
		$g(x) = 4 + b = 2 \Rightarrow b = -2$	
		$g(x) = 2x - 2$	

Expressão de g :

$$g(x) = \begin{cases} -x, & -1 \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \\ 2x - 2, & 1 \leq x < 2 \\ 2, & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

b) $\text{Im } g = [0,2]$

c) $f(2x) = g(x) + 1$

Se $2x \in [0,4]$ então $x \in [0,2]$.

Como $g(x) = 0, 0 \leq x < 1$ e $g(x) = 2x - 2, 1 \leq x \leq 2$,

G a b a r i t o - M a t e m á t i c a - G r u p o G

$$f(2x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1 \\ 2x - 1, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Então

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 2 \\ x - 1, & 2 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

G a b a r i t o – M a t e m á t i c a – G r u p o G

5ª Questão: (2,0 pontos)

Numa progressão geométrica (P.G.) decrescente o primeiro termo é um número real positivo e cada termo, a partir do terceiro, é igual à sexta parte da soma dos dois termos imediatamente anteriores. Determine a razão dessa P.G.

Cálculos e resposta:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{6} \text{ com } n \geq 3$$

$$a_1 q^{n-1} = \frac{a_1 q^{n-2} + a_1 q^{n-3}}{6}$$

$$\frac{6q^n}{q} = \frac{q^n}{q^2} + \frac{q^n}{q^3}$$

$$\frac{6}{q} = \frac{1}{q^2} + \frac{1}{q^3}$$

$$6q^2 = q + 1$$

$$6q^2 - q - 1 = 0$$

$$q = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{12} = \frac{1 \pm 5}{12} \begin{cases} \nearrow \frac{1}{2} \\ \searrow -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Como a PG é decrescente, a razão é $\frac{1}{2}$.