PROGRAD / COSEAC – ENGENHARIAS (CIVIL, DE PRODUÇÃO, MECÂNICA, PETRÓLEO E TELECOMUNICAÇÕES) – NITERÓI - GABARITO

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Considere uma transformação linear T(x,y) em que $(2,-5)$ e $(-3,7)$ são os autovetores de T com relação aos auto valores -1 e 1, respectivamente.

Determine a expressão de T.

Cálculos e respostas:

Se [2 , -5] e [–3 , 7] são os auto vetores de T com relação aos auto valores –1 e 1, então T [2 , -5] = -1.[2 , -5] = [-2 , 5] e T [-3 , 7] = 1.[-3 , 7] = [-3 , 7]

Como [2 , -5] e [–3 , 7] são LI, cada vetor [x , y] pode ser escrito como combinação linear deles:

[x , y] = a[2 , -5] + b[–3 , 7], ou seja, [x,y] = [2a-3b,-5a + 7b]. $\begin{cases} x = 2a - 3b \\ y = -5a + 7b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -7x - 3y \\ b = -5x - 2y \end{cases}$.

Por outro lado,

T[x , y] = T (a[2 , -5] + b[–3 , 7]), ou T[x , y] = a T [2 , -5] + b T [–3 , 7] = a [-2 , 5] + b [-3 ,7] = [-2a-3b , 5a+7b] . Portanto, T(x,y) = (29x+12y, -70x-29y)

Mas, de [x , y] = a[2 , -5] + b[–3 , 7], tiramos que a = -7x – 3y
Então, T[x , y] = [-2a , 5a] ➔ T[x , y] = [14x+ 6y , -35x – 15y]

PROGRAD / COSEAC – ENGENHARIAS (CIVIL, DE PRODUÇÃO, MECÂNICA, PETRÓLEO E TELECOMUNICAÇÕES) – NITERÓI - GABARITO

2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Calcule ou mostre que o limite $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^3}{x^4+y^2}$ não existe.

Cálculos e respostas:

Seja g(x,y) = $\dfrac{x^3}{x^4+y^2}$. Por um lado, temos que g(0,y) = 0, $\forall y \neq 0$ e g(x,0) = $\dfrac{1}{x}, \forall x \neq 0$. Portanto, considerando o caminho que segue, primeiro pela reta x = 0 e fazendo o limite quando y tende a zero, temos que $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^3}{x^4+y^2}$ = 0 e considerando o caminho que segue primeiro pela reta y = 0 e fazendo o limite quando x tende a zero, temos que $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^3}{x^4+y^2} = \lim\limits_{\substack{x\to0 \\ y=0}} \dfrac{1}{x}$ que não existe (é + ∞ quando x tende a 0 pela direita e - ∞ quando x tende a 0 pela esquerda). Portanto, $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^3}{x^4+y^2}$ não existe.

3ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Foi encomendado para sua empresa o projeto de um tanque para gás liquefeito de petróleo (GLP). As especificações do cliente pedem um tanque cilíndrico com extremidades hemisféricas que contenha 8000m^3 de gás. O cliente também quer usar a menor quantidade possível de material para construir o tanque.

Qual raio e altura da parte cilíndrica você recomendaria para o tanque?

Cálculos e respostas:

O tanque deverá ter a forma de uma salsicha. Seja r o raio da base (que é o raio de cada uma das semi esferas) e h a altura do cilindro. Então, temos que $V = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h = 8000$. Com isso, podemos calcular o valor de h em função de r que será $h = \frac{8000}{\pi r^2} - \frac{4}{3} r$. A função Área deve ser mínima. Podemos calcular a área como $A = 2\pi r h + 4\pi r^2$. Como h está explicitado como função de r, teremos a Área em função de r apenas. Assim, teremos que $A = 2\pi r\left(\frac{8000}{\pi r^2} - \frac{4}{3} r\right) + 4\pi r^2 = \frac{16000}{r} + \frac{4}{3}\pi r^2$. Para achar o valor de r que minimiza a área, teremos que A'=0. Ou seja, $A' = -\frac{16000}{r^2} + \frac{8}{3}\pi r = 0 \Rightarrow r^3 = \frac{6000}{\pi} \Rightarrow r = 10\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}$. Com este valor de r calculamos o valor de h = 0. Ou seja, para ter a área mínima, o tanque deve ter o formato de uma esfera de raio $10\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}$ m.

PROGRAD / COSEAC – ENGENHARIAS (CIVIL, DE PRODUÇÃO, MECÂNICA, PETRÓLEO E TELECOMUNICAÇÕES) – NITERÓI - GABARITO

4ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Calcule $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{4y-y^2}} (x^2+y^2)dxdy$.

Cálculos e respostas:

Usando coordenadas polares, $x = r\cos\theta, y = r\text{sen}\theta$ temos que $x^2 + y^2 = r^2$, $dx.dy=r.dr.d\theta$, $\sqrt{4y-y^2} = 4\text{sen}\theta$.

Assim,

$$\int_0^4 \int_0^{\sqrt{4y-y^2}} (x^2+y^2)dxdy = \int_0^{\pi/2} \int_0^{4\text{sen}\theta} r^3 dr d\theta = 64\int_0^{\pi/2} \text{sen}^4\theta d\theta = 64\int_0^{\pi/2} \left(\text{sen}^2\theta\right)^2 d\theta = 16\int_0^{\pi/2} \left(1-\cos 2\theta\right)^2 d\theta =$$

$$= 16\int_0^{\pi/2} \left(1-\cos 2\theta\right)^2 d\theta = 16\int_0^{\pi/2} \left(1-2\cos 2\theta+\cos^2 2\theta\right)d\theta = 8\int_0^{\pi/2} \left(3-2\cos 2\theta+\cos 4\theta\right)d\theta = 12\pi$$

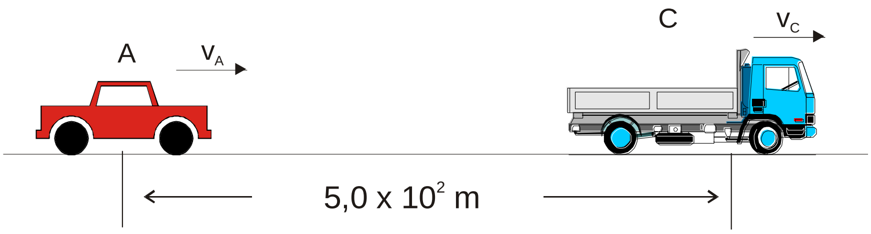
PROGRAD / COSEAC – ENGENHARIAS (CIVIL, DE PRODUÇÃO, MECÂNICA, PETRÓLEO E TELECOMUNICAÇÕES) – NITERÓI - GABARITO

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Num determinado instante, um caminhão está $5{,}0 \times 10^2$ m à frente de um automóvel, numa estrada de mão única. Ambos se movem no mesmo sentido, com velocidades escalares constantes, respectivamente iguais a 72 km/h e 108 km/h.

Quanto tempo depois desse instante o automóvel estará $2{,}0 \times 10^2$ m adiante do caminhão?

Cálculos e respostas:



$v_A = 108$ km/h $= 30$ m/s; $v_C = 72$ km/h $= 20$ m/s

$s_A = v_A \, . \, t$; $s_A = 30 \, . \, t$

$s_C = 500 + v_C \, . \, t$; $s_C = 500 + 20 \, . \, t$

como $s_A = s_C + 200$

$30t = 500 + 20\,t + 200$; $10t = 700$; $t = 70$ s

PROGRAD / COSEAC – ENGENHARIAS (CIVIL, DE PRODUÇÃO, MECÂNICA, PETRÓLEO E TELECOMUNICAÇÕES) – NITERÓI - GABARITO

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um carrinho de brinquedo, de massa 4,0 kg, é colocado sobre um plano inclinado de 37° com a horizontal, mantido em repouso por um barbante esticado paralelamente ao plano. Considere os atritos desprezíveis e g = 10 m/s^2.

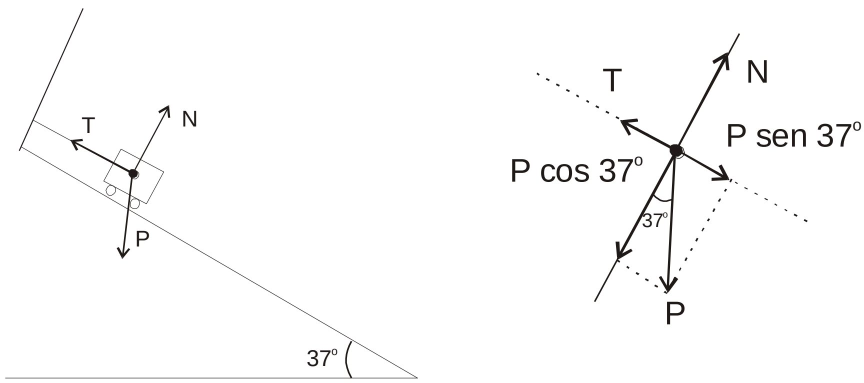
Dados: sen 37° = 0,60 ; cos 37° = 0,80

a) Faça um desenho, indicando as forças que atuam sobre o carrinho nessas condições e calcule o módulo dessas forças.

b) O barbante é cortado. Calcule a aceleração escalar e a velocidade escalar do carrinho meio segundo após o fio ter sido cortado. Nesse instante, qual a distância, ao longo do plano inclinado, o carrinho terá percorrido?

Cálculos e respostas:

a)



P = m.g; P = 4 x 10; P = 40 N
T = P . sen 37°; T = 40 x 0,6; T = 24 N
N = P . cos 37°; N = 40 x 0,8; N = 32 N

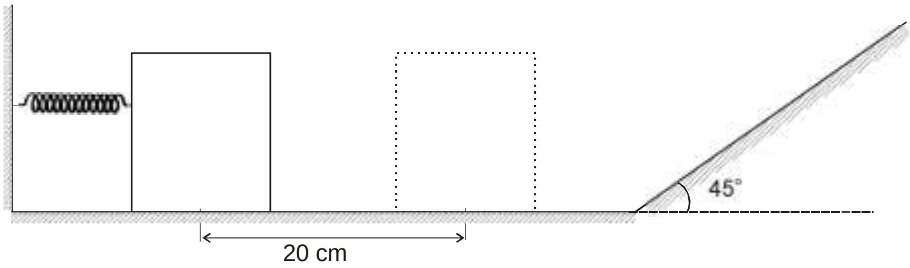
b)

Movimento Uniformemente Variado ; aceleração escalar constante

R = m.a; R = P . sen 37°; a = P . sen 37° / m; a = 24 / 4; a = 6,0 m/s^2
$v = v_0 + a \cdot t$; v = 0 + 6 x 0,5; v = 3,0 m/s
$s = s_0 + v_0 \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2$; s = 0 + 0 x 0,5 + ½ x 6 x 0,25; s = 0,75 m

7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um bloco de massa igual a 2,0 kg comprime uma mola de constante elástica igual a $5{,}0 \times 10^2$ N/m e a diminui de 20 cm. A seguir, a mola é liberada e projeta o bloco por uma superfície horizontal sem atrito e depois por um plano inclinado de 45° também sem atrito, como mostra a figura. Adote $g = 10\ m/s^2$.



c) Qual a velocidade escalar do bloco ao abandonar o contato com a mola?

d) Qual a altura máxima atingida pelo bloco percorrendo o plano inclinado?

Cálculos e respostas:

a)

Pela Conservação da Energia : $E_e = E_c$

$\frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$; $500 \times 0{,}2^2 = 2 v^2$; $20 = 2 v^2$; $v^2 = 10$; $v = 3{,}2$ m/s

b)

Pela Conservação da Energia: $E_c = E_p$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$; $\frac{1}{2} \cdot v^2 = g \cdot h$; $\frac{1}{2} \cdot 10 = 10\ h$; $h = 0{,}50$ m

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma esfera de material desconhecido foi pesada fora d'água (fig 1) e dentro d'água (fig 2), obtendo-se respectivamente os valores 20 N e 15 N.

Dados: massa específica da água : 1,0 g/cm³; $g = 10\ m/s^2$

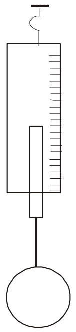


fig 1

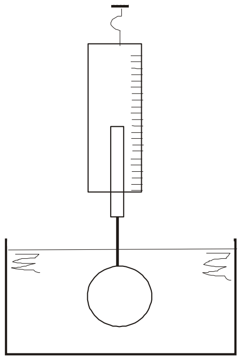


fig 2

Calcule:

a) o empuxo exercido pela água;

b) o volume da esfera;

c) a massa específica do material de que é feita a esfera.

Cálculos e respostas:

a)

$E = P - P'$; $E = 20 - 15$; $E = 5{,}0\ N$

b)

$E = V_S \cdot \mu_L \cdot g$; $V_S = V_{esf} = V$; $\mu_L = \mu_{água} = 1{,}0 \times 10^3\ kg/m^3$

$5 = V \times 1{,}0 \times 10^3 \times 10$; $V = 5{,}0 \times 10^{-4}\ m^3$; $V = 5{,}0 \times 10^2\ cm^3$

c)

$\mu = m\ /\ V$; $\mu = P / g \cdot V$; $\mu = 20 / 10 \times 5 \times 10^{-4}$; $\mu = 4{,}0 \times 10^3\ kg/m^3$

ou $\mu = 4{,}0\ g/cm^3$

PROGRAD / COSEAC – ENGENHARIAS (CIVIL, DE PRODUÇÃO, MECÂNICA, PETRÓLEO E TELECOMUNICAÇÕES) – NITERÓI - GABARITO

9ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Cinco mols de um gás ideal se encontram a uma temperatura de 600 K, ocupando um volume de 0,50 m³. O gás é submetido a uma transformação isobárica até atingir 0,10 m³.

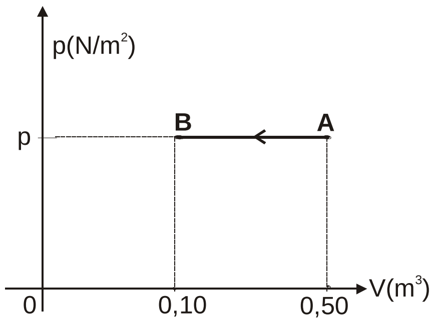
Dado: R = 8,31 J/mol.K

Calcule:

a) a pressão do gás ao final da transformação;

b) o trabalho realizado na transformação. Esse trabalho é realizado PELO GÁS ou SOBRE O GÁS?

Cálculos e respostas:



a) $P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A$; pressão constante $p_B = p_A = p$

$P \times 0{,}5 = 5 \times 8{,}31 \times 600$; $p = 8{,}31 \times 6 \times 10^3$; $p = 5{,}0 \times 10^4 \ N/m^2$

b) $W = p \cdot (V_B - V_A)$; $W = 5 \times 10^4 \times (0{,}1 - 0{,}5)$; $W = -2{,}0 \times 10^4 \ J$

O volume do gás diminui; o trabalho é negativo, logo o trabalho é realizado SOBRE O GÁS .