UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

TRANSFERÊNCIA – 2º semestre letivo de 2010 e 1º semestre letivo de 2011

CURSO de FÍSICA - Gabarito

INSTRUÇÕES AO CANDIDATO

- Verifique se este caderno contém:

  PROVA DE **REDAÇÃO** – com uma proposta;

  PROVA DE **CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS –** com questões discursivas, totalizando dez pontos.
- Se este caderno não contiver integralmente o descrito no item anterior, notifique imediatamente ao fiscal.
- No espaço reservado à identificação do candidato, além de assinar, preencha o campo respectivo com seu nome.
- Não é permitido fazer uso de instrumentos auxiliares para o cálculo e o desenho, portar material que sirva para consulta nem equipamento destinado à comunicação.
- Na avaliação do desenvolvimento das questões será considerado somente o que estiver escrito a caneta, com tinta azul ou preta, nos espaços apropriados.
- O tempo disponível para realizar as provas é de quatro horas.
- Ao terminar, entregue ao fiscal este caderno devidamente assinado. Tanto a falta de assinatura quanto a assinatura fora do local apropriado poderá invalidar sua prova.
- Certifique-se de ter assinado a lista de presença.
- Colabore com o fiscal, caso este o convide a comprovar sua identidade por impressão digital.
- Você deverá permanecer no local de realização das provas por, no mínimo, noventa minutos.

AGUARDE O AVISO PARA O INÍCIO DA PROVA

RESERVADO À IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO

NOME

ASSINATURA : ____________________

RESERVADO AOS AVALIADORES

REDAÇÃO			rubrica: ____________
C. ESPECÍFICOS			rubrica: ____________

PROAC / COSEAC - Gabarito

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Calcule

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x^3-8x}{x-2}.$$

Cálculos e respostas:

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x^3-8x}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2x\left(x^2-4\right)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2x\cancel{(x-2)}\,(x+2)}{\cancel{x-2}}=\lim_{x\to 2}2x\left(x+2\right)=4x4=16$$

2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Encontre a derivada da função seguinte:

$$f(x) = x^2 e^{\cos x}.$$

Cálculos e respostas:

Se $f(x) = x^2\, e^{\cos x}$ temos

$f\,'(x) = 2x\, e^{\cos x} + x^2\,(-\operatorname{sen} x)\, e^{\cos x} = (2x - x^2 \operatorname{sen} x)\, e^{\cos x}$

3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Determine o valor mínimo e esboce o gráfico da função abaixo:

PROAC / COSEAC - Gabarito

$$f(x) = \frac{2x}{1+x^2}.$$

Cálculos e respostas:

Os extremos de $f(x)$ ocorrem para os valores de x que satisfazem $f'(x) = 0$:

$$f'(x) = \frac{2}{1+x^2} + 2x\left(-\frac{1}{\left(1+x^2\right)^2}2x\right) = 0$$

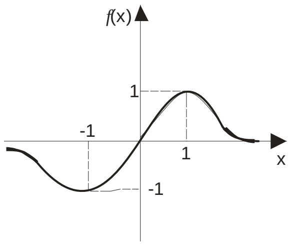
Multiplicando essa equação por $(1 + x^2)^2$ resulta

$2(1+x^2) = 4x^2 \Rightarrow 2 + 2x^2 = 4x^2 \Rightarrow 2x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm 1.$

Como $f(1) = 1$ e $f(-1) = -1$, o mínimo é alcançado em $x = -1$ e

$$f_{\min} = f(-1) = -1.$$

Como $f(-x) = -f(x)$, $f(0) = 0$ e $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$, o gráfico de f tem a forma



$4^{\underline{a}}$ QUESTÃO: (1,0 ponto)

Calcule

$$\int_0^{2\pi}(x + \operatorname{sen}\frac{x}{2})\,dx\,.$$

Cálculos e respostas:

$$\int_0^{2\pi}\left(x + \operatorname{sen}\frac{x}{2}\right)dx = \left[\frac{x^2}{2} - 2\cos\frac{x}{2}\right]_0^{2\pi} \quad = \frac{4\pi^2}{2} - 2\left[\cos\pi - \cos 0\right] =$$

$$= 2\pi^2 - 2\left[-1-1\right] = 2\pi^2 + 4.$$

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma função f é par se $f(-x) = f(x)$ e ímpar se $f(-x) = -f(x)$. Seja a > 0 e f uma função integrável em qualquer intervalo limitado da reta real. Prove que:

a) $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$ se f é par;

b) $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$ se f é ímpar.

Cálculos e respostas:

Temos

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = \int_{-a}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{a} f(x)dx \qquad (1)$$

Fazendo x = –y, temos dx = – dy e, portanto,

$$\int_{-a}^{0} f(x)dx = -\int_{a}^{0} f(-y)dy = \int_{0}^{a} f(-y)dy = \int_{0}^{a} f(-x)dx\,, \qquad (2)$$

onde a última igualdade se justifica porque o valor de uma integral não depende do nome escolhido para a variável de integração. Substituindo (2) em (1) resulta

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = \int_{0}^{a}\left[f(x) + f(-x) \right]dx.$$

Se f é par, $f(-x)=f(x) \Rightarrow f(x) + f(-x) = 2f(x)$ e $\int_{-a}^{a} f(x)dx = \int_{0}^{a} 2f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$.

Se f é ímpar, $f(-x) = -f(x) \Rightarrow f(x) + f(-x) = 0 \Rightarrow \int_{0}^{a} f(x)dx = \int_{0}^{a} 0\,dx = 0$.

Obs.: Nas questões de Física use $g=10m/s^2$ sempre que necessário.

$6^{\underline{a}}$ QUESTÃO: (1,0 ponto)

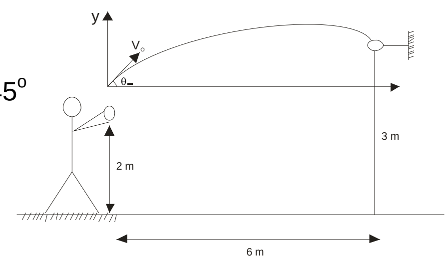
Um jogador de basquete lança uma bola de uma altura $h = 2m$. A velocidade inicial forma um ângulo de 45º com a horizontal. A cesta está a uma altura $H = 3m$. A distância horizontal entre o jogador e o ponto verticalmente abaixo da cesta é dada por $d = 6m$. Sabendo que o jogador consegue encestar a bola, calcule:

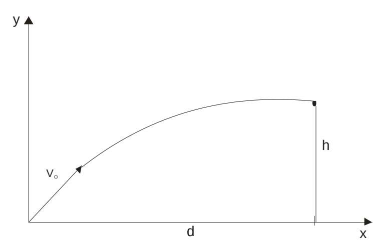
a) o tempo que a bola leva para atingir a cesta.
b) a velocidade v_0 do lançamento.

Cálculos e respostas:

Com a escolha dos eixos indicadas ao lado, temos:

$\theta_o = 45^o$





h = 1 m
d = 6 m

As equações horárias do movimento da bola são:

$x = v_{ox}\, t$, $y = v_{oy}\, t - \frac{1}{2} gt^2$

onde

$$v_{ox} = v_{oy} = v_o \cos 45^o = v_o \operatorname{sen} 45^o = v_o \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

a) No instante t = T em que a bola atinge a cesta,

$d = v_{ox}\, T$, $h = v_{oy}\, T - \frac{1}{2} gT^2$.

Como $v_{oy}\, T = v_{ox}\, T = d$, o tempo T é dado por

$$\frac{1}{2} gT^2 = d - h \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2(d-h)}{g}} = \sqrt{\frac{2x5}{10}} = 1{,}0s.$$

b) Como $d = v_{ox}\, T$, segue-se que

$$v_o \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{d}{T} \Rightarrow v_o = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{6m}{1s} = \frac{12}{\sqrt{2}} m/s = 8{,}5 m/s$$

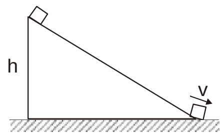
$7^{\underline{a}}$ QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um objeto de massa de 2kg desliza em um plano inclinado de 30 graus com a horizontal, sem atrito, partindo do repouso de uma altura de 1,8m do solo. Ao atingir a base do plano inclinado, o objeto passa a se deslocar num plano horizontal com atrito. O coeficiente de atrito cinético entre o objeto e o plano horizontal é $\mu = 0,2$. Calcule:

a) a velocidade do objeto na base do plano inclinado;

b) a distância percorrida pelo objeto, no plano horizontal, até parar.

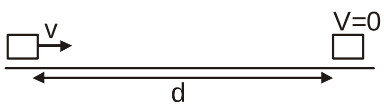
Cálculos e respostas:



Conservação de energia

$$\frac{\cancel{m}v^2}{2} = \cancel{m}gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2x10x1,8} = 6,0m/s$$

Teorema do trabalho-energia na parte plana:



$$\frac{mO^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = w_{atrito} = -\mu mgd \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu mgd = \frac{mv^2}{2} = mgh \Rightarrow d = \frac{h}{\mu} = \frac{1,8}{0,2} = 9,0m$$

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma partícula vem se deslocando, em movimento unidimensional, com velocidade constante v_0 quando penetra numa região onde fica sujeita a uma força que varia com a posição dada por $F(x) = k_1x - k_2x^3$, onde k_1 e k_2 são números positivos.

Considere que essa força atua na região entre as abcissas $x = 0$ e $x = d$.

a) Calcule o trabalho realizado por essa força sobre a partícula na região onde atua a força.

b) Obtenha a velocidade dessa partícula quando ela abandona a região onde atua a força.

c) Qual a condição para que a velocidade na saída seja igual à velocidade na entrada.

Cálculos e respostas:

a) $w = \int_0^d F(x)dx = \int_0^d \left(k_1x - k_2x^3\right)dx = \frac{k_1}{2}d^2 - \frac{k_2}{4}d^4$

b) $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = w = \frac{k_1}{2}d^2 - \frac{k_2}{4}d^4 \Rightarrow vo = \pm\sqrt{v_0^2 - \frac{2}{m}\left(\frac{k_1d^2}{2} - \frac{k_2d^4}{4}\right)}$

c) $v = v_0 \Rightarrow w = 0 \Rightarrow \frac{k_1}{2}d^2 = \frac{k_2}{4}d^4 \Rightarrow k_1 = \frac{d^2}{2}k_2.$

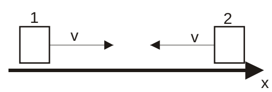
9ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Num trilho de ar (atrito desprezível), dois blocos idênticos movem-se um em direção ao outro com velocidades de mesmo módulo e colidem.

Examine atentamente as afirmações abaixo, aponte quais são verdadeiras. Justifique as que considerar verdadeiras e altere as que considerar falsas, a fim de eliminar os erros.

a) O momento linear total antes da colisão do sistema formado pelos dois blocos é zero.
b) O momento linear total antes da colisão do sistema formado pelos dois blocos é zero em qualquer referencial.
c) A energia cinética total antes da colisão do sistema composto pelos dois blocos é maior do que zero.
d) Como não há forças horizontais externas agindo sobre o sistema de dois blocos, o impulso transmitido a cada um dos blocos durante a colisão é zero.

Cálculos e respostas:

a) Verdadeiro 

$p_1 + p_2 = mv + (-mv) = 0$

b) Falso. Por exemplo, num referencial que se mova no sentido positivo do eixo x com velocidade v, temos $p_1 = 0$ e $p_2 = -2mv$, donde $p_1 + p_2 = -2mv \neq 0$.

c) Verdadeiro. $K = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mv^2 > 0$ porque $m>0$ e $v^2 > 0$.

d) Falso. Durante a colisão os impulsos transmitidos a cada bloco são iguais e opostos. O impulso transmitido a cada bloco é diferente de zero.

10ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

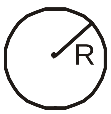
PROAC / COSEAC - Gabarito

Um anel de raio R (uma roda de bicicleta, por exemplo), com uma massa *m* uniformemente distribuída, gira com velocidade angular constante ω em torno de um eixo fixo, passando pelo seu centro de massa e perpendicular ao eixo do anel.

Obtenha:

a) o momento de inércia do anel.
b) a energia cinética de rotação.
c) o módulo do toque, suposto constante, necessário para fazer o anel parar após um intervalo de tempo Δt.

Cálculos e respostas:

a) 

Como todas as partículas do anel estão à mesma distância R do eixo, $I = mR^2$.

b) $k = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} mR^2\omega^2$

c) $\omega(t) = \omega - \alpha t = \omega - \frac{\tau}{I} t$, onde usamos $\tau = I\alpha$. Temos $\omega(\Delta t) = 0$ se

$$\omega - \frac{\tau}{I}\Delta t = 0 \Rightarrow \tau = \frac{I\omega}{\Delta t} \Rightarrow \tau = \frac{mR^2\omega}{\Delta t}.$$