

PROAC / COSEAC - Gabarito

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



Sabendo-se que $\lim_{a \rightarrow \infty} (1+a)^{1/a} = e$, determine o seguinte limite:

$$\lim_{a \rightarrow \infty} (1+a)^{1/2a}.$$

Cálculos e respostas:

Sendo $\lim_{a \rightarrow \infty} (1+a)^{1/a} = e$, podemos escrever $\lim_{a \rightarrow \infty} [(1+a)^{1/a}]^{1/2} = [e]^{1/2}$

PROAC / COSEAC - Gabarito

2ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Determine no ponto $x=0$ a seguinte derivada:

$$\frac{d}{dx}(2^x).$$

Cálculos e respostas:

$\frac{d}{dx}(2^x) = 2^x \ln 2$, de acordo com a regra básica de derivação $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$ quando $x=0$,
tem-se: $2^0 \ln 2 = \ln 2$

PROAC / COSEAC - Gabarito

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

--	--

Calcule a integral: $\int 3x\sqrt{1-2x^2} dx$.

Cálculos e respostas:

Seja $1-2x^2 = u$; então $du = -4x dx$, logo

$$\begin{aligned}\int 3x\sqrt{1-2x^2} dx &= 3\left(-\frac{1}{4}\right)\int(1-2x^2)^{\frac{1}{2}}(-4x dx) = \\ &= -\frac{3}{4}\int u^{\frac{1}{2}} du = -\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} + C = -\frac{1}{2}(1-2x^2)^{\frac{3}{2}} + C\end{aligned}$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

4ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



Em uma dada região do espaço, o campo elétrico é dado por $\mathbf{E} = x\mathbf{i}$. Determine o fluxo em uma superfície esférica de raio unitário centrada em $(0,0,0)$.

Cálculos e respostas:

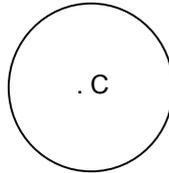
$\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$, mas observe que para cada ponto sobre a superfície esférica, com um dado valor de x , existe outro ponto simétrico (pois a esfera está centrada em $(0,0,0)$), logo o fluxo total será nulo.

PROAC / COSEAC - Gabarito

5ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



O anel de raio R , segundo a figura a seguir, está carregado positivamente com carga Q . Determine o potencial elétrico gerado no centro C .



Cálculos e respostas:

$$V = \int dV = \int (1/4\pi\epsilon_0) dq / R = (1/4\pi\epsilon_0) Q / R$$

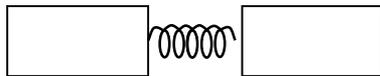
PROAC / COSEAC - Gabarito

6ª QUESTÃO: (2,0 pontos)



Dois blocos de mesma massa m encontram-se em repouso sobre uma superfície horizontal de atrito desprezível. A mola de constante elástica k é comprimida de tal forma que a distância entre as faces mais próximas desses blocos é igual a L .

Sabendo-se que essa mola tem seu comprimento reduzido em 20%, calcule, após seu relaxamento:



- a) a velocidade do centro de massa do conjunto (dois blocos e mola)
- b) a expressão da velocidade relativa entre os blocos

Cálculos e respostas:

a) a velocidade do centro de massa permanecerá nula (soma das forças internas é nula, pois o sistema é isolado)

b) a velocidade de um bloco será tal que sua energia cinética será metade da energia potencial elástica da mola, isto é:

$$\text{elongação} = (L/0,80) - L = L/4$$

$$v = 0,25L\sqrt{\frac{k}{m}} \text{ e a velocidade relativa será o dobro, pois as velocidades vetoriais são simétricas,}$$

$$\text{logo } v_{RELATIVA} = 0,5L\sqrt{\frac{k}{m}}$$