UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

TRANSFERÊNCIA – 2º semestre letivo de 2008 e 1º semestre letivo de 2009

CURSO de FÍSICA - Gabarito

INSTRUÇÕES AO CANDIDATO

- Verifique se este caderno contém:

  PROVA DE **REDAÇÃO** – enunciada uma proposta;

  PROVA DE **CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS –** enunciadas questões discursivas, totalizando dez pontos.
- Se este caderno não contiver integralmente o descrito no item anterior, notifique imediatamente ao fiscal.
- No espaço reservado à identificação do candidato, além de assinar, preencha o campo respectivo com seu nome.
- Não é permitido fazer uso de instrumentos auxiliares para o cálculo e o desenho, portar material que sirva para consulta nem equipamento destinado à comunicação.
- Na avaliação do desenvolvimento das questões será considerado somente o que estiver escrito a caneta, com tinta azul ou preta, nos espaços apropriados.
- O tempo disponível para realizar estas provas é de quatro horas.
- Ao terminar, entregue ao fiscal este caderno devidamente assinado. Tanto a falta de assinatura quanto a assinatura fora do local apropriado poderá invalidar sua prova.
- Certifique-se de ter assinado a lista de presença.
- Colabore com o fiscal, caso este o convide a comprovar sua identidade por impressão digital.
- Você deverá permanecer no local de realização das provas por, no mínimo, noventa minutos.

AGUARDE O AVISO PARA O INÍCIO DA PROVA

RESERVADO À IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO

NOME

ASSINATURA : ______________________

RESERVADO AOS AVALIADORES

REDAÇÃO			rubrica: ___________
C. ESPECÍFICOS			rubrica: ___________

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Um carro de massa igual a 1000 kg percorre uma estrada com velocidade de módulo constante igual a 30 km/h. Num certo trecho, passa por uma curva circular de raio igual a 150 m. O piso da estrada é horizontal. Adote g=10 m/s^2.

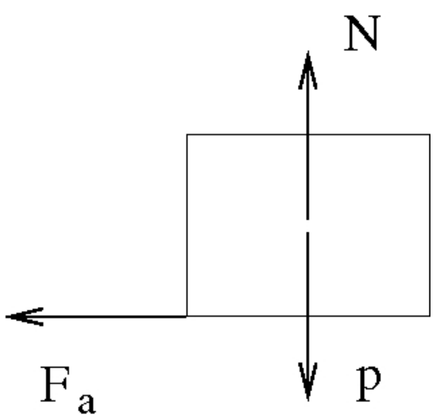
a) Represente, num diagrama, as forças que atuam sobre o carro.

b) Calcule o módulo de cada uma das forças do item anterior.

c) Suponha que o coeficiente de atrito estático entre a estrada e os pneus do carro seja igual a 0,7. Determine a máxima velocidade com a qual o carro pode realizar a curva sem deslizar. Essa velocidade depende da massa do carro? Justifique sua resposta.

Cálculos e respostas:

1) a) Sobre o carro atuam o peso, a força normal e o atrito:



b) Temos que $p = mg = 1000 \times 10 = 10000$ N, $N = p = 10000$ N e

$$F_a = F_{cp} = \frac{mv^2}{R} = \frac{1000 \times 8.33^2}{150} \approx 463 \text{ N.}$$

c) A força de atrito máxima sem deslizamento é: $F_{a,\max} = 0.7 \times 10000 = 7000$ N. Nesta situação limite a velocidade é:

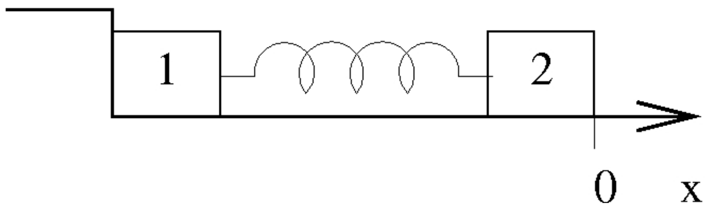
$v^2 = \dfrac{7000 \times 150}{1000} = 1050$ m^2/s^2, de onde vem $v = 32.4$ m/s = 116 km/h. De fato, esta velocidade limite não depende da massa do carro: se igualarmos a força de atrito máxima à força centrípeta teremos

$$\mu_2 mg = \frac{mv^2}{R},$$

de maneira que as massas se cancelam.

2ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Uma mola, cuja constante elástica é igual a 100 N/m, é fixada a dois blocos idênticos de massa igual a 0,1 kg. O conjunto é colocado numa mesa horizontal e encostado em um apoio vertical (veja a figura).



O atrito entre os blocos e a mesa e a massa da mola são desprezíveis. A partir da posição de repouso, a mola é comprimida, deslocando-se o bloco 2 para a esquerda em 0,1 m. Em seguida o bloco é abandonado.

a) Qual deve ser a força aplicada ao bloco 2, para efetuar a compressão da mola?

b) Qual é a velocidade do bloco 2 no instante em que o bloco 1 desencosta do apoio?

Obtenha a velocidade do cento de massa dos dois blocos, depois que o bloco 1 inicia o seu movimento. Ela é constante? Justifique sua resposta.

Cálculos e respostas:

a) Temos que $|F| = kd = 100 \times 0.1 = 10$ N. A força é horizontal e aponta para a esquerda.

b) O bloco 1 se desencosta no instante em que a força da mola sobre ele se anula, ou seja, quando $x = 0$. Aplicando a conservação de energia entre o instante em que o bloco 2 é abandonado e o instante em que a mola atinge seu comprimento de equilíbrio, temos:

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv^2,$$

ou seja,

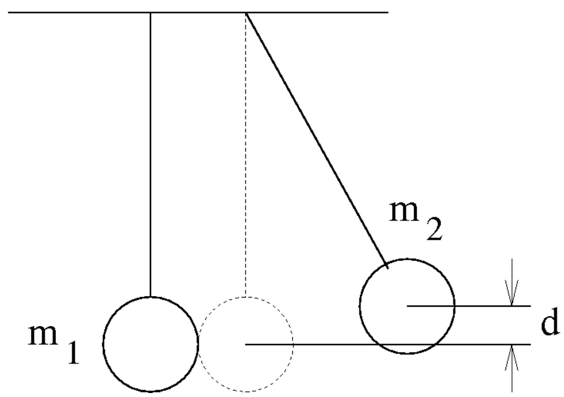
$$v = \sqrt{\frac{100}{0.1}} \times 0.1 \approx 3.16 \text{ m/s.}$$

c) A partir do instante em que o bloco 1 abandona o apoio, a velocidade do centro de massa do conjunto é constante, pois a resultante das forças externas que atuam sobre o conjunto é nula. Neste instante temos que

$$v_{CM} = \frac{0.1 \times 3.16 + 0.1 \times 0}{0.2} = 1.58 \text{ m/s.}$$

3ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Duas esferas presas a fios de massas desprezíveis e inextensíveis estão inicialmente nas posições indicadas na figura abaixo:



Adote m_1=1 kg, m_2=2 kg, d=0,1 m e g=10 m/s^2. A esfera 2 é abandonada, vindo a colidir com a esfera 1 na posição indicada como tracejada na figura. A colisão é totalmente inelástica.

a) Determine a altura máxima que o conjunto das duas esferas atingirá após a colisão.

a) Calcule a fração da energia cinética do sistema perdida na colisão.

Cálculos e respostas:

a) Imediatamente antes da colisão a esfera 2 estará em repouso e a velocidade da esfera 1 será $v_{1,a} = -\sqrt{2gd} = -\sqrt{2}$ m/s (o sinal negativo indica que o sentido da velocidade é da direita para a esquerda). Neste caso, as duas esferas ficam juntas após a colisão e apenas o momento linear total é conservado; logo, imediatamente após a colisão o conjunto mover-se-á horizontalmente com velocidade $3v_f = -\sqrt{2}$, o que resulta em $v_f = -\frac{\sqrt{2}}{3}$. A altura máxima do conjunto após a colisão será atingida quando toda a energia cinética tiver sido convertida em energia potencial gravitacional, ou seja, $gd_f = v_f^2/2$, o que permite obter $d_f = 1/45$ m.

b) A energia cinética imediatamente antes da colisão é dada por

$$E_{c,a} = \frac{1}{2} m_1 v_{1,a}^2 = 1 \text{ J.}$$

Imediatamente após a colisão a energia cinética será

$$E_{c,d} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2 = \frac{1}{3} \text{ J.}$$

Vemos, portanto, que

$$\frac{E_{c,d}}{E_{c,a}} = \frac{1}{3}.$$

4ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Um cilindro rola sobre uma superfície horizontal com velocidade do seu centro de massa igual a v_0. Ele passa a subir um plano inclinado que forma um ângulo de 30º com a horizontal. Determine a altura máxima que o eixo do cilindro atingirá acima da superfície horizontal, como função de v_0 e g. Suponha que o atrito seja suficiente para impedir que haja deslizamento entre as superfícies. O momento de inércia de um cilindro de massa m e raio r, girando em torno do seu eixo, é $I = \frac{1}{2} m r^2$.

Cálculos e respostas:

Utilizando a conservação de energia entre as situações do cilindro rolando no plano horizontal e o instante em que ele atinge a altura máxima (e, portanto, está em repouso), temos

$$\frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} m v_0^2 = mgh\,.$$

Substituindo o momento de inércia e lembrando que, se não há deslizamento, $\omega = v_0 / r$, chegamos a

$$\frac{v_0^2}{4} + \frac{v_0^2}{2} = gh \Rightarrow h = \frac{3v_0^2}{4g}\,.$$

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Calcule o limite

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x-1}}$$

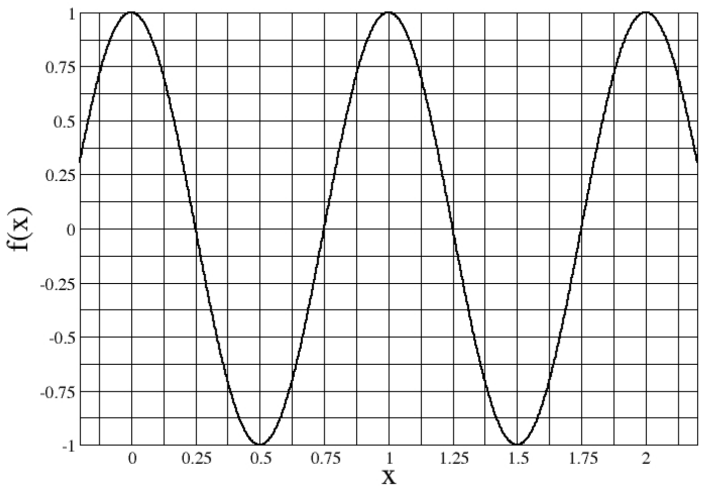
Cálculos e respostas:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x-1}} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x-1}} = \lim_{x\to 1} (x+1)\sqrt{x-1} = 0$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Dado o gráfico abaixo, estime, explicando seu procedimento,



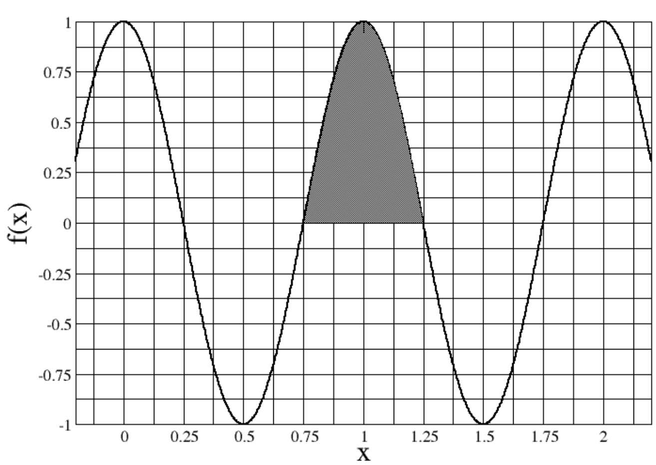
a) a integral da função no intervalo $x \in [0.75, 1.25]$;

b) os pontos onde a derivada da função é zero;

c) a derivada da função no ponto $x = 1.75$.

Cálculos e respostas:

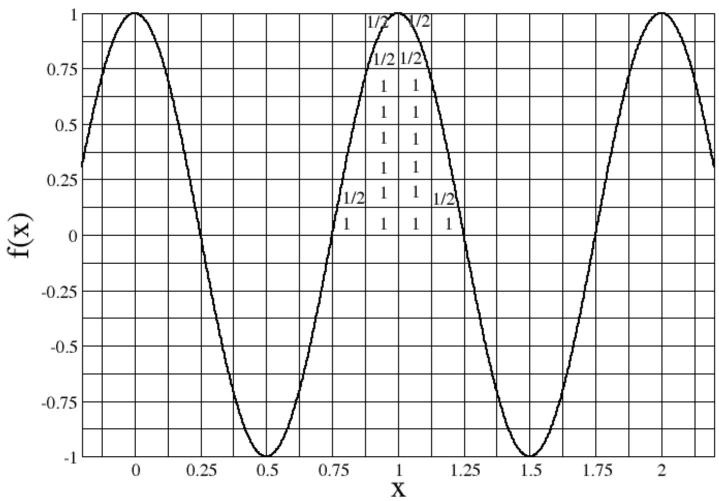
A integral no intervalo indicado é igual à área sob o trecho da curva [x,f(x)] compreendido nesse intervalo, conforme mostrado na figura abaixo:



PROAC / COSEAC - Gabarito

Cálculos e respostas:

Esta área pode ser estimada pela contagem do número de quadrados contidos nesta região, sendo que cada quadrado tem área 1/64 unidades de área. Os quadrados semi-preenchidos podem ter sua área contada parcialmente para uma melhor estimativa. Procedendo a contagem conforme indicado na figura abaixo,



uma estimativa para o valor da integral é 17/64.

b) A derivada de uma função é zero sempre que a reta tangente ao seu gráfico é horizontal. Isto acontece, para a curva dada, nos pontos para os quais x vale 0, 0.5, 1, 1.5 e 2.

c) A derivada de uma função num ponto pode ser obtida graficamente a partir da inclinação da reta tangente à curva naquele ponto. Nota-se, pelo gráfico abaixo, que a reta tangente ao ponto x=1.75 forma um triângulo retângulo de catetos aproximadamente iguais a 0.375 e 0.0625, o que dá um ângulo com a horizontal cuja tangente é 6. Como a função é crescente neste ponto, sua derivada é positiva. Assim, a derivada da função dada em x=1.75 é igual a +6.

PROAC / COSEAC - Gabarito

7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Calcule a integral

$$\int_0^\infty xe^{-x^2}\,dx$$

Cálculos e respostas:

Por inspeção verifica-se que $xe^{-x^2} = \frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{2}e^{-x^2}\right)$; portanto,

$$\int_0^\infty xe^{-x^2}\,dx = \int_0^\infty \frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{2}e^{-x^2}\right)dx = \left(-\frac{1}{2}e^{-x^2}\right)_0^\infty = \frac{1}{2}$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Dada a curva

$$x(t) = \cos(t)$$
$$y(t) = \cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$$

a) esboce-a no plano (x,y);

b) encontre a reta tangente a esta curva no ponto $\left[x\left(\frac{\pi}{4}\right), y\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$.

Cálculos e respostas:

a) $\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(t)$; portanto a curva fornecida é igual a $[x(t) = \cos(t), y(t) = -\sin(t)]$, que são as equações paramétricas de um círculo de raio 1.

b) O vetor tangente à curva é $\vec{v}(t) = \frac{d}{dt}[\cos(t), -\sin(t)] = [-\sin(t), -\cos(t)]$. No ponto $\left[x\left(\frac{\pi}{4}\right), y\left(\frac{\pi}{4}\right)\right] = \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ um vetor tangente à curva é $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$. Portanto, a reta tangente à curva no ponto $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ é paralela ao vetor $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$. Uma reta paralela a um vetor $\vec{u}$ e que passa pelo ponto $\vec{a}$ pode ser escrita na forma paramétrica $\vec{r}(t) = \vec{u}t + \vec{a}$. Assim, a reta tangente à curva dada no ponto $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ é $\vec{r}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}[1,1]t + \frac{\sqrt{2}}{2}[1,-1] = \frac{\sqrt{2}}{2}[t+1, t-1]$.