UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
PRÓ-REITORIA DE ASSUNTOS ACADÊMICOS
COSEAC-COORDENADORIA DE SELEÇÃO

TRANSFERÊNCIA – 2º semestre letivo de 2007 e 1º semestre letivo de 2008

CURSO de FÍSICA - Gabarito

INSTRUÇÕES AO CANDIDATO

- Verifique se este caderno contém :
  PROVA DE **REDAÇÃO** – enunciadas duas propostas;
  PROVA DE **CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS –** enunciadas questões discursivas, totalizando dez pontos.
- Se este caderno não contiver integralmente o descrito no item anterior, notifique imediatamente ao fiscal.
- No espaço reservado à identificação do candidato, além de assinar, preencha o campo respectivo com seu nome.
- Não é permitido fazer uso de instrumentos auxiliares para o cálculo e o desenho, portar material que sirva para consulta nem equipamento destinado à comunicação.
- Na avaliação do desenvolvimento das questões será considerado somente o que estiver escrito a caneta, com tinta azul ou preta, nos espaços apropriados.
- O tempo disponível para realizar estas provas é de quatro horas.
- Ao terminar, entregue ao fiscal este caderno devidamente assinado. Tanto a falta de assinatura quanto a assinatura fora do local apropriado poderá invalidar sua prova.
- Certifique-se de ter assinado a lista de presença.
- Colabore com o fiscal, caso este o convide a comprovar sua identidade por impressão digital.
- Você deverá permanecer no local de realização das provas por, no mínimo, noventa minutos.

AGUARDE O AVISO PARA O INÍCIO DA PROVA

RESERVADO À IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO

NOME

ASSINATURA : ____________________

RESERVADO AOS AVALIADORES

REDAÇÃO			rubrica: ___________
C. ESPECÍFICOS			rubrica: ___________

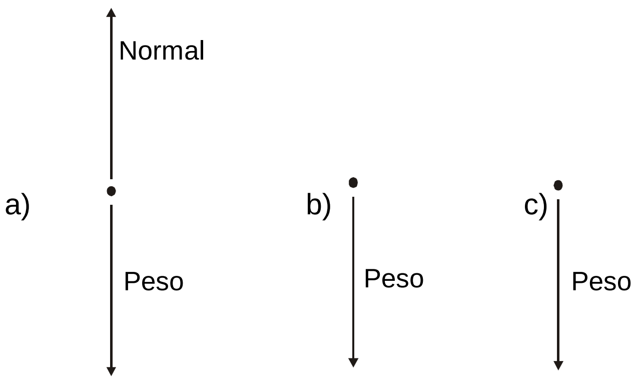
Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um mergulhador olímpico salta de um trampolim. Desenhe diagramas representando as forças sobre o atleta nos seguintes momentos do salto:

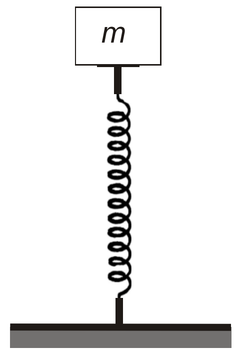
a) antes de saltar, ainda em contato com o trampolim;
b) no ar, na parte ascendente do salto;
c) no ar, na parte descendente do salto.

Cálculos e respostas:



2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um bloco de massa m = 1,0 kg é liberado a partir do repouso sobre uma mola vertical, cuja constante elástica é 100N/cm, conforme mostra a figura.



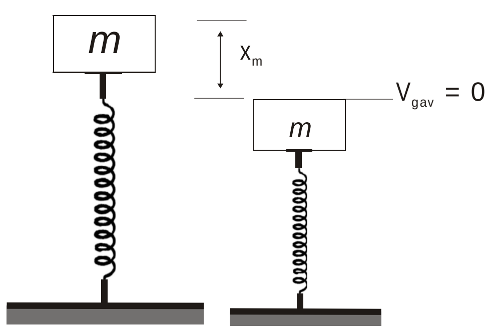
Determine:

a) a compressão máxima sofrida pela mola;
b) a velocidade do bloco no instante em que a força resultante sobre ele é zero.

Dado:

$g = 10 m/s^2$

Cálculos e respostas:



$K = 100 N/cm = 10^4\ N/m$

Quando a compressão máxima x_m é atingida, a velocidade do bloco é momentaneamente nula. Tomando o nível da energia potencial gravitacional no ponto de compressão máxima, a conservação da energia dá

$$mg\, x_m = \frac{1}{2}Kx_m^2$$

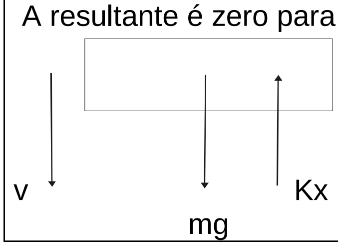
Portanto

$$x_m = \frac{2mg}{K} = \frac{2\times1\times10}{10^4} = 2\times10^{-3}\,m$$

ou

$$x_m = 2\ mm$$

A resultante é zero para x tal que



$$mg = Kx \Rightarrow x = \frac{mg}{K}$$

Cálculos e respostas:

Pela conservação da energia,

$$mgx = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

donde

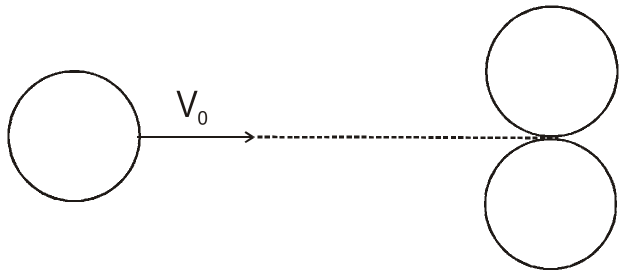
$$\frac{1}{2}mv^2 = mg\frac{mg}{K} - \frac{1}{2}K\frac{m^2g^2}{K^2} = \frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{K}$$

Logo,

$$v^2 = \frac{m}{K}g^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{m}{K}}g = \sqrt{\frac{1}{10^4}} \text{ x } 10 = \frac{10}{100} = 0{,}1 m/s$$

3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma bola rígida colide com outras duas bolas iguais a ela, em repouso, como na figura:

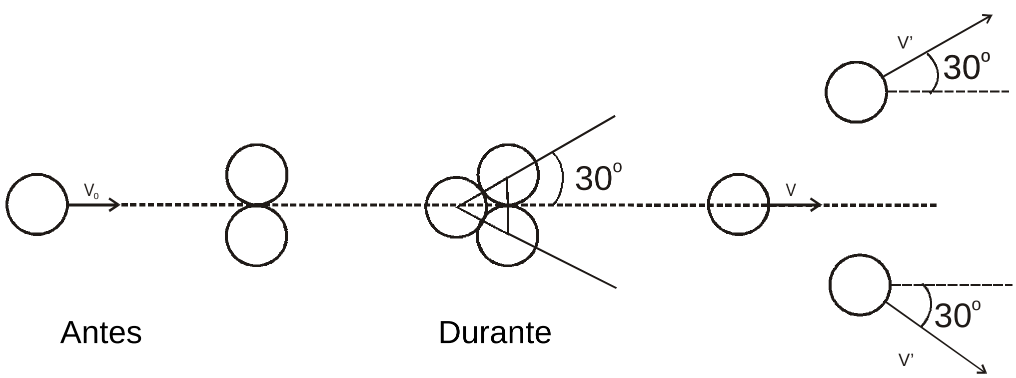


A velocidade da primeira bola é dirigida ao longo da linha que passa pelo ponto de contato das duas outras bolas. Supondo que a colisão é elástica, determine, em termos de v_0, as velocidades finais (módulo, direção e sentido) de cada uma das três bolas.

Dados:

$\cos 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos 45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos 60^o = \frac{1}{2}$

Cálculos e respostas:



No instante da colisão os centros das três bolas formam um triângulo isósceles. Logo, as velocidades adquiridas pelas duas bolas que estavam em repouso fazem um ângulo de 30^o com a direção de v_o. Pela conservação do momento linear e da energia cinética, temos

$$mv_o = mv + 2mv'\cos 30^o \Rightarrow v_o = v + \sqrt{3}v' \qquad (1)$$

e

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv^2 + 2\frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow v_o^2 = v^2 + 2v'^2, \qquad (2)$$

Cálculos e respostas:

Levando (1) em (2) resulta

$$v_o^2 = \left(v_o - \sqrt{3}v'\right)^2 + 2v'^2 = v_o^2 - 2\sqrt{3}vov' + 3v'^2 + 2v'^2,$$

donde

$$5v'^2 = 2\sqrt{3}v_o v' \qquad (3)$$

A solução v' = 0 não serve. Logo,

$$v' = \frac{2\sqrt{3}}{5}v_o \qquad (4)$$

Levando (4) em (1) resulta, finalmente,

$$v = v_o - \sqrt{3}\,\frac{2\sqrt{3}}{5}v_o = \frac{5-6}{5}v_o = -\frac{v_o}{5}$$

Depois da colisão, o sentido do movimento da bola incidente se inverte.

4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

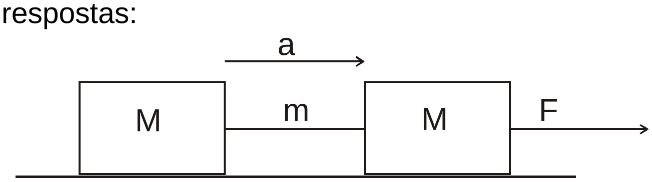
Dois blocos iguais, de massa M, estão ligados por um fio inextensível de massa m. Um dos blocos é puxado por uma força constante F de tal modo que o fio permanece esticado.

Não há atrito entre os blocos e a superfície sobre a qual eles deslizam. Determine:

a) a aceleração de cada bloco;

b) as forças exercidas pelo fio sobre cada um dos blocos.

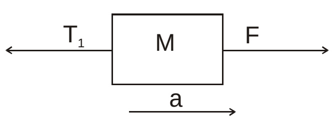
Cálculos e respostas:



Todo o conjunto se move com aceleração dada por

$$(2M + m)\,a = F \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{2M+m}.$$

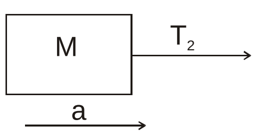
Diagrama de corpo livre do bloco da direita:



$$F - T_1 = Ma \;\Rightarrow\; T_1 = F - Ma \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = F - \frac{MF}{2M+m} \Rightarrow T_1 = \frac{M+m}{2M+m}F$$

Bloco da esquerda.



$$T_2 = Ma \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{M}{2M+m}F$$

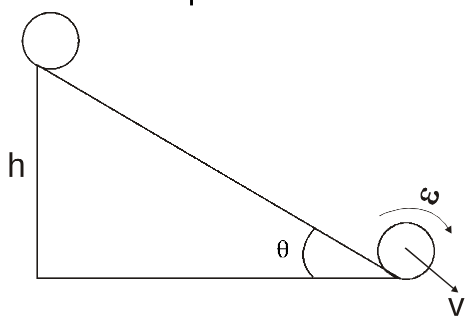
5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma esfera rígida, de massa m e raio R, rola sem deslizar do topo de uma rampa de altura h e inclinação θ, partindo do repouso. O momento de inércia da esfera em relação ao seu centro de massa é $I = \frac{2}{5} m R^2$.

(i) Determine a velocidade angular da esfera ao atingir a base da rampa.

(ii) Faça um diagrama representando as forças atuantes sobre a esfera quando ela se encontra no ponto médio da rampa.

Cálculos e respostas:



Conservação da energia:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Rolamento sem deslizamento: $v = \omega R$

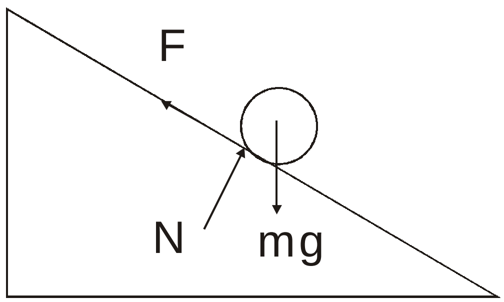
Portanto,

$$mgh = \frac{m}{2}\omega^2 R^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mR^2\omega^2 \Rightarrow gh = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)R^2\omega^2 = \frac{7}{10}R^2\omega^2,$$

donde

$$\omega = \sqrt{\frac{10}{7}\frac{gh}{R^2}} \; .$$

Diagrama de corpo livre da esfera



mg = peso da esfera

N = força normal da rampa sobre a esfera

F = força de atrito da rampa sobre a esfera

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Calcule

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x}{\sqrt{4+x^2}}$$

Cálculos e resposta:

Multiplicando o numerador e o denominador da fração por 1/x, temos

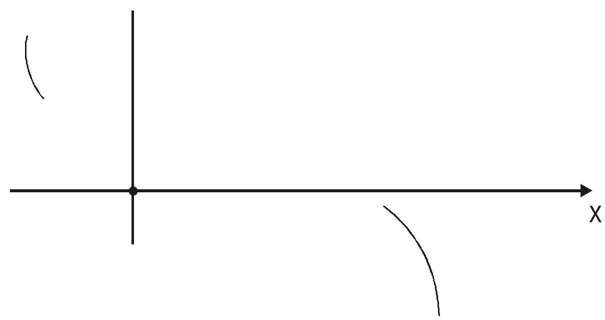
$$\lim_{x\to\infty} \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}} = \frac{1}{\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{4}{x^2}+1}} = \frac{1}{\sqrt{0+1}} = 1.$$

7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Esboce o gráfico da função $f(x) = 6x^2 - 2x^3$ e determine seus pontos críticos (máximos e mínimos locais).

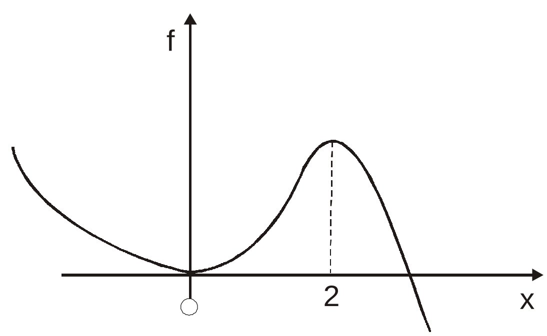
Cálculos e resposta:

A função $f(x) = 6x^2 - 2x^3$ satisfaz $f(0) = 0$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$. Logo, o gráfico de f deve ser da forma:



Para completar o gráfico, vejamos os pontos extremos de f:

$F'(x) = 0 \Rightarrow 12x - 6x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 2$. Só é possível completar corretamente o gráfico sendo x = 0 ponto de mínimo e x = 2 ponto de máximo.



8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Determine as constantes **a** e **b** de modo que a curva $y = ax^2 + b\,\text{sen}\pi x$ passe pelo ponto (1,2) e seja tangente à reta y =x na origem.

Cálculos e respostas:

Se $y = ax^2 + b\,\text{sen}\pi x$, então (1,2) pertence à curva se

$$2 = a + b\,\text{sen}\pi = a \quad \Rightarrow \quad a = 2$$

Devemos ter $\frac{dy}{dx} = 1$ em x = 0, pois 1 é a declividade da reta y = x na origem (e em qualquer outro ponto). Logo,

$$\left[2ax + b\pi\cos\pi x\right]_{x=0} = 1 \Rightarrow b\pi = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{\pi}$$

9ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Dada a função f definida por

$$f\,(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{sen}\pi t}{1+2t}\,dt,$$

determine $f\,'\left(\frac{1}{2}\right)$.

Cálculos e resposta:

Pelo teorema fundamental do cálculo,

$$f\,'(x) = \frac{\operatorname{sen}\pi x}{1+2x} \Rightarrow f\,'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}}{1+1} = \frac{1}{2}.$$

10ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Dados $x = \frac{1}{2}\left(t^3 + t\right)$ e $y = \ell nt + t$, com t > 0, calcule $\frac{dy}{dx}$ para x = 1.

Cálculos e resposta:

Com $x = \frac{1}{2}\left(t^3 + t\right)$ e $y = \ell n t + t$ temos

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt}\frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)^{-1}$$

Como

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}\left(3t^2 + 1\right), \quad \frac{dy}{dt} = \frac{1}{t} + 1$$

e x = 1 somente se t = 1, resulta que

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = \left(\frac{1}{t} + 1\right)\left.\frac{2}{3t^2 + 1}\right|_{t=1} = 2x\frac{2}{4} = 1$$