UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

PRÓ-REITORIA DE ASSUNTOS ACADÊMICOS

COSEAC-COORDENADORIA DE SELEÇÃO

TRANSFERÊNCIA – 2º semestre letivo de 2007 e 1º semestre letivo de 2008

CURSO de ENGENHARIA (CIVIL, ELÉTRICA, DE PRODUÇÃO e TELECOMUNICAÇÕES) – NITERÓI e RIO DAS OSTRAS - Gabarito

INSTRUÇÕES AO CANDIDATO

- Verifique se este caderno contém:

  PROVA DE **REDAÇÃO** – enunciadas duas propostas;

  PROVA DE **CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS –** enunciadas questões discursivas, totalizando dez pontos.
- Se este caderno não contiver integralmente o descrito no item anterior, <u>notifique imediatamente ao fiscal</u>.
- No espaço reservado à identificação do candidato, além de assinar, preencha o campo respectivo com seu nome.
- Não é permitido fazer uso de instrumentos auxiliares para o cálculo e o desenho, portar material que sirva para consulta nem equipamento destinado à comunicação.
- Na avaliação do desenvolvimento das questões será considerado somente o que estiver escrito a caneta, com tinta azul ou preta, nos espaços apropriados.
- O tempo disponível para realizar estas provas é de quatro horas.
- Ao terminar, entregue ao fiscal este caderno devidamente assinado. Tanto a falta de assinatura quanto a assinatura fora do local apropriado poderá invalidar sua prova.
- Certifique-se de ter assinado a lista de presença.
- Colabore com o fiscal, caso este o convide a comprovar sua identidade por impressão digital.
- Você deverá permanecer no local de realização das provas por, no mínimo, noventa minutos.

AGUARDE O AVISO PARA O INÍCIO DA PROVA

RESERVADO À IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO

NOME

ASSINATURA : ______________________

RESERVADO AOS AVALIADORES

REDAÇÃO			rubrica: ____________
C. ESPECÍFICOS			rubrica: ____________

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Considere a função f definida por $f(x) = \dfrac{\ell n\, x}{x}$.

Determine:

a) intervalos em que a função é crescente e decrescente, ponto de máximo e mínimo locais, caso existam;
b) assíntotas horizontais e verticais, caso existam;
c) um esboço do gráfico de f.

Cálculos e respostas:

$$y = \frac{\ell nx}{x}$$

$$y' = \frac{\cancel{1/x}.x - \ell nx}{x^2} = \frac{1 - \ell nx}{x^2}$$

$\ell nx = 1$, $x = e$

		e	
$1 - \ell nx$	+	0	−
x^2	+		+
	↗	0	↘

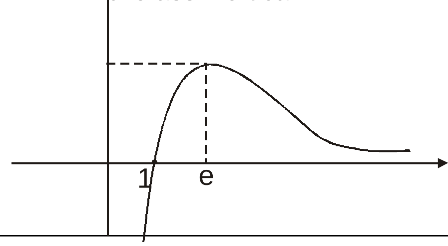
$(e, \frac{1}{e})$ é ponto de máximo local

$0 < x < e$ f é crescente

$e < x$, f é decrescente

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ell n x}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1/x}{1} = 0$ y = 0 é ass. horizontal

$\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{\ell n x}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1/x}{1} = -\infty$ x = 0 é ass. vertical

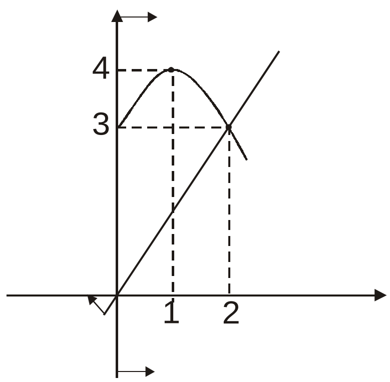


2ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Calcule a área da região do plano limitada por : $x \geq 0$, $2x^2 + y - 4x \leq 3$, $2y - 3x \geq 0$.

Cálculos e respostas:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 + y - 4x \leq 3 \\ 2y - 3x \geq 0 \end{cases}$$



$$A = \int_0^2 \left(-2x^2 + 4x + 3 - \frac{3}{2}x \right) dx$$

$$= -\frac{2x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} + 3x - \frac{3}{2}\frac{x^2}{2} \Big|_0^2$$

$$= -\frac{16}{3} + \frac{16}{2} + 6 - \frac{3}{\cancel{4}}.\cancel{4} = \frac{-32+48}{6} + 3$$

$$= \frac{16}{6} + 3 = \frac{8}{3} + 3 = \frac{17}{3} \text{u.a.}$$

3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Considere a função f definida por $f(x,y) = \operatorname{arctg}\frac{y^2}{x^2}$. Calcule $\vec{\nabla}$ f no ponto (1,1).

Cálculos e respostas:

$$y = \operatorname{arctg}\frac{y^2}{x^2}$$

$\vec{\nabla f} = (f_x, f_y)$

$$f_x = \frac{\frac{-y^2 . 2x}{x^4}}{1+\frac{y^4}{x^4}} = \frac{-2y^2x}{\left(x^4+y^4\right)}$$

$$f_y = \frac{\frac{2y}{x^2}}{1+\frac{y^4}{x^4}} = \frac{2x^2y}{x^4+y^4}$$

$f_x(1,1) = \frac{-2}{2} = -1$ $\quad$ $f_y(1,1) = \frac{2}{2} = -1$

$\vec{\nabla f}$ (1,1) = (–1,1)

4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Determine todos os autovalores da matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e os autovetores associados aos auto valores reais.

Cálculos e respostas:

$$\det(A - \lambda I) \begin{bmatrix} 2-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -1-\lambda & 0 \\ 1 & 0 & 1-\lambda \end{bmatrix} = (2-\lambda)\,(-1-\lambda)\,(1-\lambda)=0$$

$\lambda = 2$, $\lambda = -1$, $\lambda = 1$ são os autovalores.

para:

$\lambda = -1$

$(2 + 1)\, x = 0$ $\quad x = 0$ $\quad \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$ é autovetor ass. a $\lambda = -1$

$x + 2z = 0$ $\quad z = 0$ $\quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\lambda = 1$

$x = 0$

$-2y = 0$ $\quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix}$ é autovetor ass. a $\lambda = 1$ $\quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$x = 0$

$\lambda = 2$

$-3y = 0$ $\quad y = 0$ $\quad \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$ é autovetor ass. a $\lambda = 2$

$x - z = 0$ $\quad x = z$ $\quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Autovetores: $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

A posição de uma partícula em movimento numa trajetória retilínea em função do tempo é dada por : $s = 2t^3 - 24t + 6$, sendo s em metros e t em segundos. O movimento é observado entre os instantes zero e 4,0 s.

a) O movimento é uniforme? É uniformemente variado? Justifique suas respostas.
b) Calcule os valores da velocidade e da aceleração da partícula no instante t = 2,0 s.

Cálculos e respostas:

a) $v = \frac{ds}{dt} \quad \therefore \quad v = 6t^2 - 24$

$a = \frac{dv}{dt} \quad \therefore \quad a = 12t$

Não, o movimento não é uniforme, pois a velocidade não é constante.
Não, o movimento não é uniformemente variado, pois a aceleração não é constante.

b) para t = 2,0s

$v = 6t^2 - 24$

$v = 6 \times 4 - 24 \quad \therefore \quad v = 0$

$a = 12t$

$a = 12 \times 2 \quad \therefore \quad a = 24\ m/s^2$

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um ferreiro aquece uma ferradura de massa igual a 3,0 x 10^2g e, em seguida, a resfria num balde que contém 5,0 litros de água a 30° C. Após a ferradura entrar em equilíbrio térmico com a água, verifica-se que a temperatura do conjunto atinge 34° C.

A que temperatura a ferradura foi aquecida?

Despreze as perdas e considere que a troca de calor ocorre apenas entre a água e a ferradura.

Dado:
Calor específico do ferro: 0,11 cal/g °C

Cálculos e respostas:

para a água : 5,0 L $\longrightarrow$ 5,0 kg = 5,0 x 10^3g
c_a = 1,0 cal/g °C

$Q_{ced} + Q_{rec} = 0$

$m_f \,.\, c_f \,.\, (\Delta t)_f + m_a \,.\, c_a \,.\, (\Delta t)_a = 0$

300 x 0,11 x (34 – t) + 5000 x 1 x 4 = 0

33 x 34 – 33t + 20.000 = 0

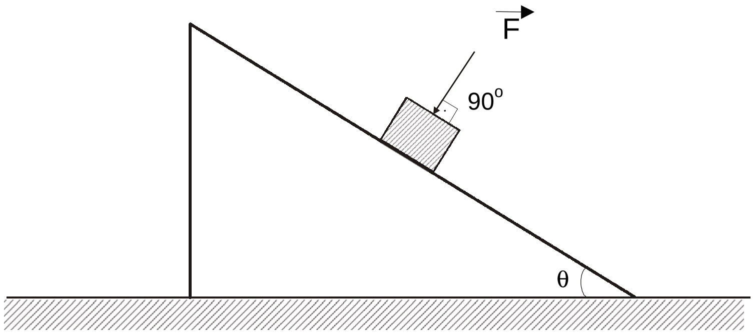
33t = 1122 + 20.000

$$t = \frac{21122}{33} = 640$$

t = 6,4 x 10^2 °C

7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um pequeno bloco de madeira, de massa igual a 2,0 kg, encontra-se em repouso sobre um plano inclinado fixo ao chão, pela ação de uma força $\vec{F}$, como mostra a figura. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície do plano inclinado é 0,40.



Qual é o valor mínimo do módulo da força $\vec{F}$ para que o bloco permaneça em repouso na posição em que se encontra?

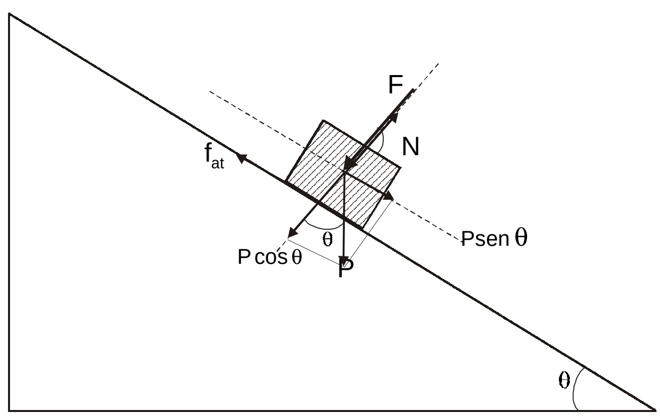
Dados:

$g = 10\ m/s^2$

$sen\ \theta = 0{,}6$

$cos\ \theta = 0{,}8$

Cálculos e respostas:



Como o bloco está em repouso:

$$\begin{cases} P sen\theta = f_{at} \\ F + P\cos\theta = N \end{cases} \quad \therefore mg sen\theta = \mu N \qquad N = \frac{2 \times 10 \times 0{,}6}{0{,}4}$$

N = 30 N

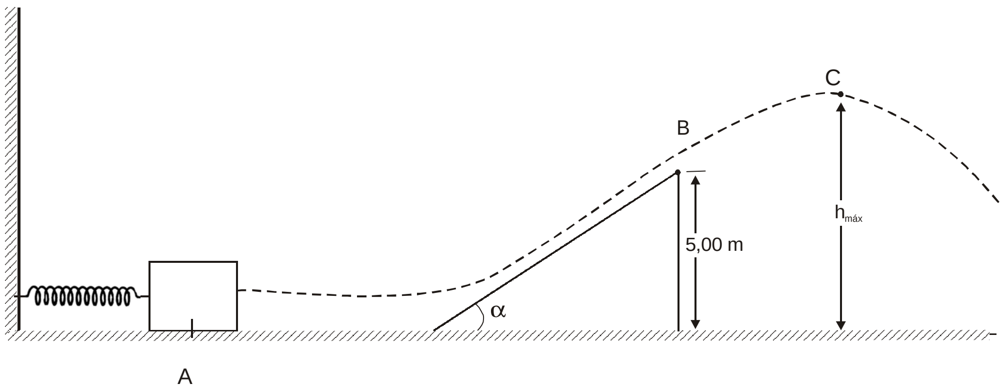
Cálculos e respostas:

$F = N - P\cos\theta$
$F = N - mg\cos\theta$
$F = 30 - 2 \times 10 \times 0{,}8$
$F = 30 - 16 \quad \therefore \quad F = 14\ N$

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um corpo de massa 1,00 kg está encostado numa mola ideal de constante elástica k = 2,00 x 10^3 N/m comprimida de 50,0 cm (ponto A). A mola é liberada e o corpo então percorre uma pista até abandoná-la no ponto B, como mostra a figura. Todos os atritos e a resistência do ar são desprezíveis.

Dados:
g = 10,0 m/s^2
cos α = 0,8
sen α = 0,6



Calcule:

a) o módulo da velocidade do corpo no ponto B.
b) a altura máxima atingida pelo corpo (ponto C).

Cálculos e respostas:

a) Pela conservação de energia

$E_{TA} = E_{TB}$

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

x = 50 cm = 0,5 m

$$\frac{1}{2} \text{ x } 2000 \text{ x } \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ x } 1 \text{ x } v_B^2 + 1 \text{ x } 10 \text{ x } 5$$

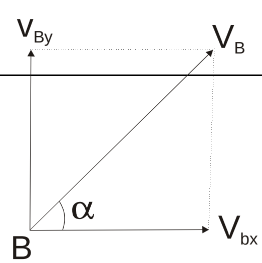
$$250 = \frac{1}{2}v_B^2 + 50$$

$$\frac{1}{2}v_B^2 = 200$$

$$v_B^2 = 400 \quad \therefore \quad v_B = 20 \text{ m/s}$$

Cálculos e respostas:

b)



$V_{BX} = V_B \cos\alpha = 20 \times 0,8 = 16$ m/s
$V_{BY} = V_B \operatorname{sen}\alpha = 20 \times 0,6 = 12$ m/s

no ponto C (altura máxima) : $V_{CY} = 0$

$V_{Cx} = V_{BX} = 16$ m/s

$V_C = V_{CX} = 16$ m/s

pela conservação da energia:

$E_{TA} = E_{TC}$ $\qquad$ $E_{TA} = 250J$

$$250 = \frac{1}{2}\, m\, v_c^2 + mg\, h_{máx}$$

$$250 = \frac{1}{2} \times 1 \times 16^2 + 1 \times 10 \times h_{máx}$$

$250 = 128 + 10\, h_{máx}$

$10\, h_{máx} = 122$

$h_{máx} = 12,2$ m

9ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um cilindro de volume V está em repouso, flutuando num líquido de massa específica μ_L, tendo $\frac{2}{3}$ de sua altura submersos (Fig. 1). Aplica-se uma força $\vec{F}$ na base superior do cilindro, passando o mesmo, na nova condição de repouso, a ter $\frac{5}{6}$ de sua altura submersos (Fig. 2).

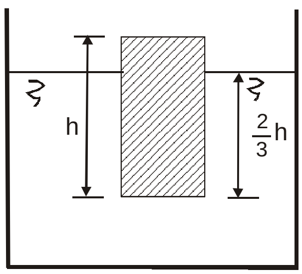


Fig. 1

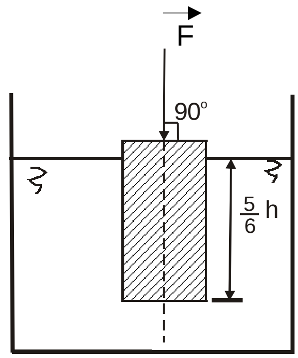


Fig. 2

Determine uma expressão para o cálculo do módulo da força $\vec{F}$, em função de V, μ_L e da aceleração da gravidade g.

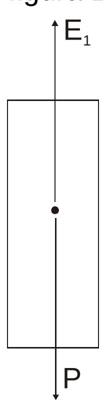
Cálculos e respostas:

$V_s = S\,h_s$

$$\frac{V_s}{V} = \frac{h_s}{h} \quad \therefore \quad V_s = \frac{h_s}{h} \cdot V$$

$V = S\,h$

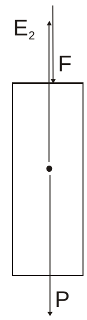
pela figura 1:



$$h_{s_1} = \frac{2}{3}h$$

$$V_{s_1} = \frac{2}{3}V$$

pela figura 2:



$$h_{s_2} = \frac{5}{6}h$$

$$V_{s_2} = \frac{5}{6}V$$

$P = E_1$

$F + P = E_2$

$F = E_2 - P$

Cálculos e respostas:

logo:

$F = E_2 - E_1$

$F = V_{s2}\,\mu_L\,g - V_{s1}\,\mu_L\,g$

$F = (V_{s2} - V_{s1})\,\mu_L\,g$

$$F = \left(\frac{5}{6}V - \frac{2}{3}V\right)\mu_L . g$$

$$F = \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right)V\mu_L . g \quad \therefore \quad F = \frac{V.\mu_L . g}{6}$$