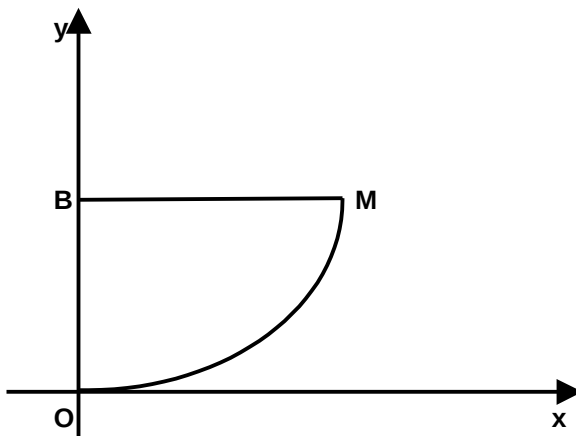


Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

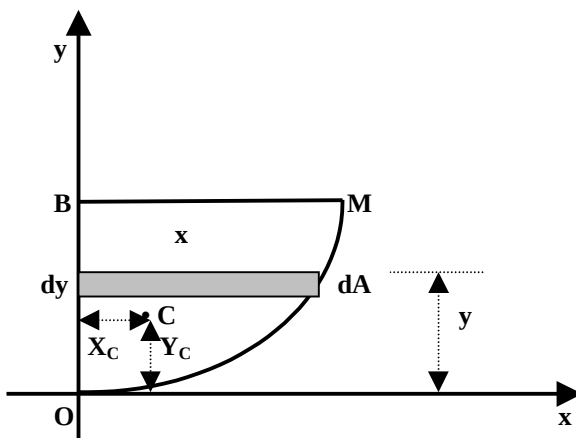


Um gás de pressão 103300 N/m^2 , atua de forma constante e uniformemente distribuída sobre a área plana OMBO da figura abaixo. Calcule a resultante dos esforços normais que atuam sobre a área OMBO, em módulo, direção, sentido e o ponto de aplicação. Sabe-se que OM é um arco de parábola e os pontos M, B e O têm coordenadas (6,6), (0,6) e (0,0), respectivamente, medidas em metros.



Cálculos e respostas:

Consideremos a equação da parábola: $y = ax^2 + bx + c$.



Cálculos e respostas:

Como as raízes da parábola são $x_1 = x_2 = 0$, então a soma e o produto das raízes são iguais a zero:

$$\frac{-b}{a} = 0 \text{ e } \frac{c}{a} = 0 \text{ de onde tiramos } b = 0 \text{ e } c = 0 ; \text{ logo a equação fica } y = ax^2$$

Como o ponto M (6,6) pertence a parábola, teremos $6 = a \cdot 6^2$, de onde obtemos $a = \frac{1}{6}$,

ficando a equação da parábola: $y = \frac{x^2}{6}$

Considerando um elemento de área $dA = xdy$. Como $dy = \frac{x}{3}dx$, teremos

$$dA = x \frac{x}{3} dx = \frac{x^2}{3} dx.$$

$$\text{Área OMBO} = \int_0^6 \frac{x^2}{3} dx = \frac{1}{3} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^6 = \frac{6^3}{9} = \frac{216}{9} = 24 \text{m}^2$$

Módulo: $R = 103300 \cdot 24 = 2479200 \text{ N}$

Direção: normal a área plana

Sentido: do gás sobre a área plana

Ponto de aplicação C (X_C, Y_C) - centro da área OMBO

$$Y_C A = \int_0^6 y dA = \int_0^6 \frac{x^2}{6} \frac{x^2}{3} dx = \frac{1}{18} \int_0^6 x^4 dx = \frac{1}{18} \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^6 = \frac{1}{90} [x^5]_0^6 = \frac{7776}{90} = 86,4$$

$$24 Y_C = 86,4 \quad Y_C = \frac{86,4}{24} = 3,6 \text{ m} \quad Y_C = 3,6 \text{ m}$$

$$X_C A = \int_0^6 \frac{x}{2} dA = \int_0^6 \frac{x}{2} \frac{x^2}{3} dx = \frac{1}{6} \int_0^6 x^3 dx = \frac{1}{6} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^6 = \frac{1}{24} [x^4]_0^6 = \frac{1296}{24} = 54$$

$$24 X_C = 54 \quad X_C = \frac{54}{24} = 2,25 \text{ m} \quad X_C = 2,25 \text{ m}$$

Coordenadas do ponto de aplicação: C (2,25 ; 3,6)

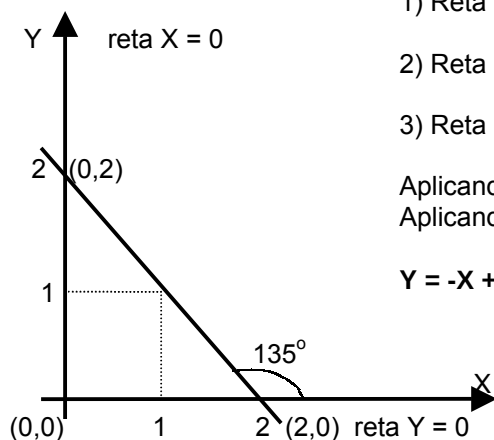
2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Determine as equações das retas que contêm os lados do triângulo cujos vértices são os pontos (0,0), (2,0) e (0,2).

Cálculos e respostas:

Fazendo o gráfico do triângulo:



Seja a equação de uma reta: $Y = mX + n$

1) Reta que passa pelos vértices (0,0) e (2,0): **$Y=0$**

2) Reta que passa pelos vértices (0,0) e (0,2): **$X=0$**

3) Reta que passa pelos vértices (0,2) e (2,0):

Aplicando o ponto (0,2) na reta, teremos: $2 = 0m + n$ $n=2$

Aplicando o ponto (2,0) na reta, teremos: $0 = 2m + 2$ $m= -1$

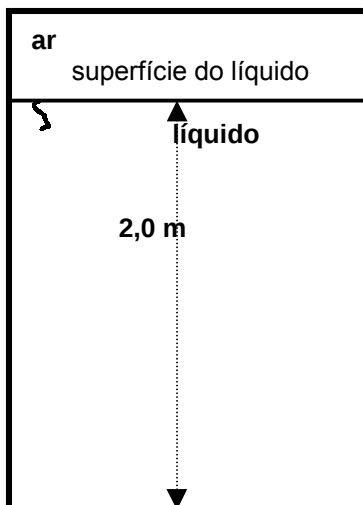
$Y = -X + 2$

Respostas: Retas: $Y = 0$ $X = 0$ $Y = -X + 2$

3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Para o reservatório da figura abaixo considere que:



- a) o líquido está em repouso;
- b) a pressão do ar na cúpula está uniformemente distribuída e é igual a 101337 N/m^2 ;
- c) o peso específico do líquido (γ) é igual a 9810 N/m^3 ;
- d) a pressão na massa líquida varia linearmente segundo a equação $(p - p_0) = \gamma (z_0 - z)$, sendo $(z_0 - z)$ a variação de cota, γ o peso específico do líquido e $(p - p_0)$ a variação de pressão entre dois pontos;
- e) a pressão externa ao reservatório é absorvida pelas paredes do reservatório;

Calcular: a pressão em uma partícula líquida na profundidade $1,0 \text{ m}$ abaixo da superfície do líquido e a energia total da unidade de peso dessa partícula.

Cálculos e respostas:

Cálculo da pressão $1,0 \text{ m}$ abaixo da superfície:

$$p = 101337 + 9810 \cdot 1 = 111147 \text{ N/m}^2$$

Cálculo da Energia Total do líquido:

$$\text{Energia Total } (E_T) = \text{Energia Potencial } (E_P) + \text{Energia Piezométrica } (E_p)$$

$$E_T = E_P + E_p$$

$$E_p = z \, dP$$

$$E_p = p \, dA \, z = p \, dv = p \, dP / \gamma$$

Cálculo da Energia Total da unidade de peso do líquido:

$$E_T / dP = (z \, dP + p \, dP / \gamma) / dP$$

$$E_T / dP = z + p / \gamma = 1 + 111147 / 9810 = 1 + 11,33 = 12,33 \text{ m}$$

4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

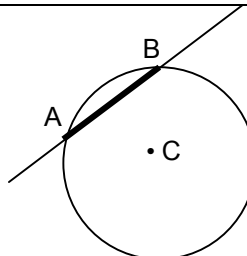


Calcular as coordenadas dos pontos de interseção da reta $x + y - 3 = 0$ com a circunferência cuja equação é $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 5$. Calcule o comprimento da corda que a reta determina na circunferência.

Cálculos e respostas:

Consideremos o sistema:

$$\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 2y = 5 \end{cases}$$



Resolvendo o sistema acima teremos os pontos A e B, de interseção da reta com a circunferência:

$$x^2 + (3 - x)^2 + 4x - 2(3 - x) = 5$$

$$x^2 + 9 - 6x + x^2 + 4x - 6 + 2x - 5 = 0$$

$$2x^2 - 2 = 0 \quad x = \pm 1 \quad x_1 = 1 \quad \text{e} \quad x_2 = -1$$

Levando $x_1 = 1$ na reta ou na circunferência teremos $y_1 = 2$

Levando $x_2 = -1$ na reta na circunferência teremos $y_2 = 4$

Logo a interseção da reta com a circunferência são os pontos A (1,2) e B (-1,4).

Calculando a distância entre os pontos A (1,2) e B (-1,4) teremos o comprimento da corda AB:

$$d_{AB}^2 = (-1 - 1)^2 + (4 - 2)^2 \quad d_{AB}^2 = 4 + 4 \quad d_{AB}^2 = 8 \quad d_{AB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

--	--

Calcule a derivada da função $y = (x+2)(x-2)^{-2}$

Cálculos e respostas:

Se a a função for considerada do tipo $y = \frac{u}{v} = \frac{(x+2)}{(x-2)^2}$ teremos a derivada como:

$$y' = \frac{vu' - uv'}{v^2} \quad \text{logo: } u = x+2 \Rightarrow u' = 1 \text{ e } v = (x-2)^2 \Rightarrow v' = 2(x-2)$$

$$y' = \frac{(x-2)^2 - (x+2) \cdot 2 \cdot (x-2)}{(x-2)^4} \quad \text{simplificando por (x-2) teremos:}$$

$$y' = \frac{(x-2) - 2(x+2)}{(x-2)^3} = \frac{x-2-2x-4}{(x-2)^3} = \frac{-x-6}{(x-2)^3} = \frac{-(x+6)}{(x-2)^3}$$

$$\text{Resposta: } y' = -\frac{(x+6)}{(x-2)^3}$$

Se a a função for considerada do tipo $y = u \cdot v$ teremos a derivada como $y' = vu' + uv'$

$$u = x+2 \Rightarrow u' = 1 \text{ e } v = (x-2)^{-2} \Rightarrow v' = -2(x-2)^{-3}$$

$$y' = (x-2)^{-2} + (x+2)(-2)(x-2)^{-3}$$

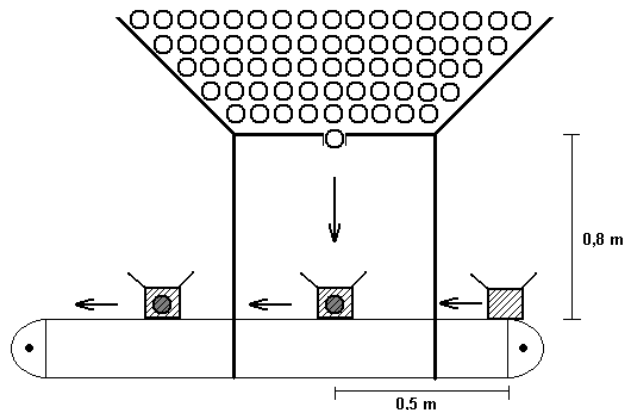
$$y' = \frac{1}{(x-2)^2} - \frac{2(x+2)}{(x-2)^3} = \frac{x-2-2x-4}{(x-2)^3} = \frac{-x-6}{(x-2)^3} = -\frac{(x+6)}{(x-2)^3}$$

$$\text{Resposta: } y' = -\frac{(x+6)}{(x-2)^3}$$

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Em um determinado sistema de transporte de frutos frescos, estes caem de uma altura de 0,8 metro exatamente sobre a caixa para seu armazenamento e transporte para o mercado, sabendo que a caixa inicia seu percurso sobre a esteira em uma distância de 0,5 metro do ponto onde a caixa deve embalar o fruto e que $g=10\text{m/s}^2$. Determine a velocidade da esteira para que o sistema funcione perfeitamente.



Cálculos e respostas:

$$h = 0,8 \text{ m}$$

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$V = V_0 + g t$$

$$0,8 = \frac{1}{2} 10 t^2$$

$$t = 0,4 \text{ s}$$

$$v = gt$$

$$V_{\text{queda}} = 10 \cdot 0,4 = 4 \text{ m/s}$$

$$0,5 = V \cdot 0,4$$

$$V = 0,5/0,4 = 1,25 \text{ m/s}$$

7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Determinada máquina colhedora realiza a colheita de soja a 25 km/h. Já tendo colhido 6 km lineares da plantação a colhedora pára por defeito em um de seus equipamentos internos de separação (trilha) da palha e dos grãos. Imediatamente o maquinista vai até o galpão de máquinas, localizado a 500 metros, numa velocidade de 5 km/h, buscar ferramentas necessárias para o conserto da máquina, levando um tempo de 30 minutos para sua ida e volta. Sabido isto, calcule qual foi a velocidade média do tratorista desde o início da colheita até a quebra da máquina, com sua ida ao galpão e volta à máquina.

Cálculos e respostas:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{6}{25} = 0,24 \text{ h}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{1,0}{5} = 0,2 \text{ h}$$

$$\Delta t = 0,24 \text{ h} + 0,2 \text{ h} = 0,44 \text{ h}$$

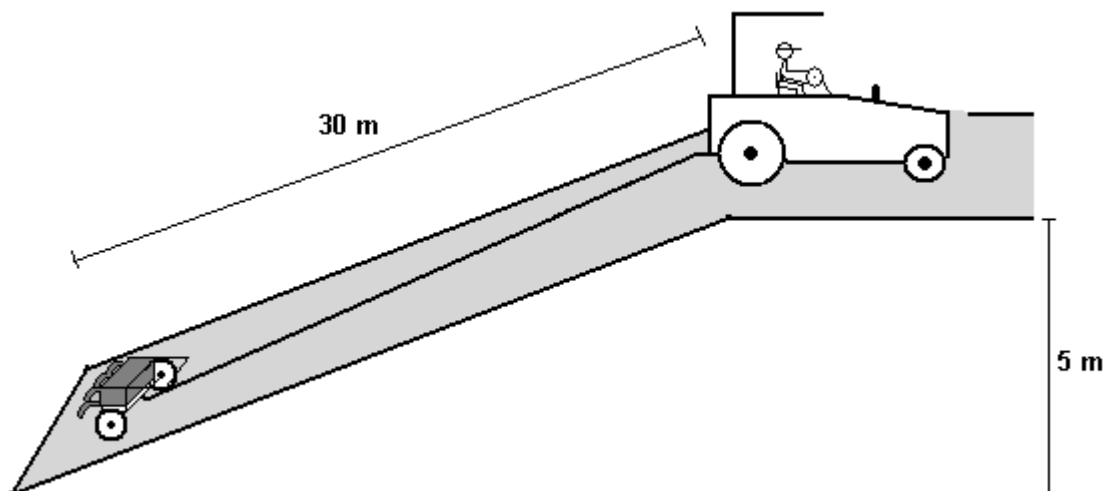
$$\Delta x = 6 \text{ km} + 1 \text{ km} = 7,0 \text{ km}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{7,0}{0,44} = 15,91 \text{ km/h}$$

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Um trator está rebocando, por um cabo de aço, um implemento agrícola de 150 kg em um plano inclinado (conforme figura). Calcule o valor da força F exercida pelo trator no cabo e o trabalho executado pelo trator no implemento. Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Cálculos e respostas:

$$F = m g \sin \theta = 150 \cdot 10 \cdot \frac{5}{30} = 245 \text{ N}$$

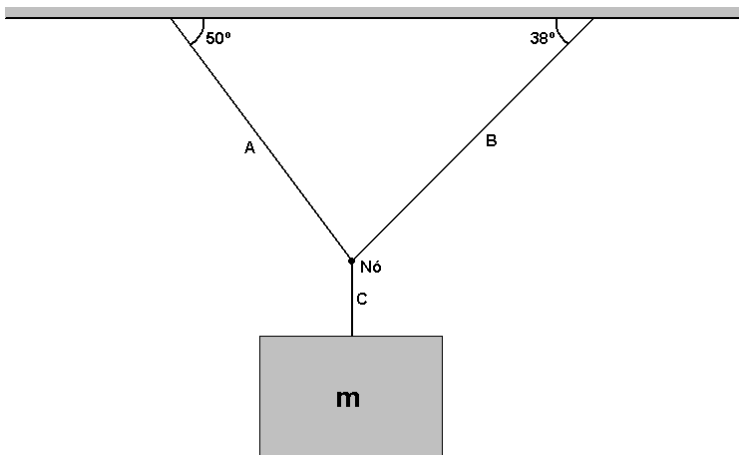
$$W_f = F d \cos \theta = 245 \cdot 30 = 7350 \text{ J}$$

9ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

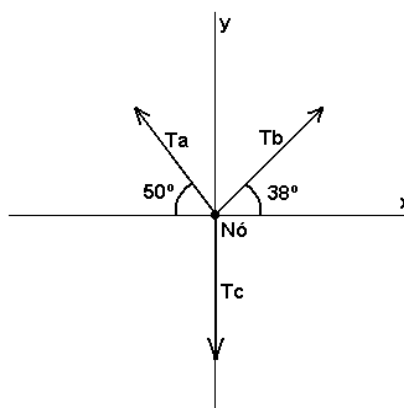
--	--

No Bloco abaixo, de massa 30 kg suspenso por 3 cordas, quais as tensões nas cordas.

Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Cálculos e respostas:



$$\sum F_y = T_c - mg = 0$$

$$T_c = m g = 30 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 300 \text{ N}$$

$$\sum F = T_A + T_B + T_C$$

$$\sum F_y = T_A \sin 50^\circ + T_B \sin 38^\circ - T_C = 0 \Rightarrow T_A (0,766) + T_B (0,616) = 300 \text{ N}$$

e

Cálculos e respostas:

$$\sum F_x = -T_A \cos 50^\circ + T_B \cos 38^\circ = 0 \Rightarrow T_B (0,788) = T_A (0,643)$$

$$T_B = \frac{0,643}{0,788} T_A \Rightarrow T_B = 0,816 T_A$$

$$T_A = \frac{300}{0,766 + 0,816 (0,616)} = 236,4 \text{ N}$$

$$T_B = 0,816 \cdot 236,4 = 192,9 \text{ N} \cong 193 \text{ N}$$

10ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

--	--

Existem 3 cidades; 1, 2 e 3, e existem estradas que ligam estas cidades duas a duas.

Na matriz “A”, abaixo, o elemento A_{ij} , é a distância em km da cidade i até a cidade j:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 6 \\ 5 & 0 & 8 \\ 6 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

João foi da cidade 2 diretamente para a cidade 3. Pedro foi da cidade 2 para a cidade 3, passando pela cidade 1.

Quantos quilômetros Pedro andou mais que João?

Cálculos e respostas:

A_{ij} , sendo i a linha e j a coluna:

$$A_{23} = 8$$

$$A_{21} = 5$$

$$A_{13} = 6$$

João andou: 8 km

Pedro andou: $5 + 6 = 11$ km

Diferença = $11 - 8 = 3$ km

