

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)



Escreva um programa (ou em C, ou em PASCAL ou em JAVA) que, dados um vetor de elementos inteiros e o tamanho deste vetor, ordene de maneira crescente o vetor de entrada.

Resposta:

```
void ordena (int * vet, int tam){
    int i, j, temp;

    if (tam <= 0)
        exit(1);

    for (i = 0; i < tam; i++)
        for (j = i + 1; j < tam; j++)
            if (vet[i] > vet[j]){
                temp = vet[i];
                vet[i] = vet[j];
                vet[j] = temp;
            }
}
```

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)



Escreva um programa (ou em C, ou em PASCAL ou em JAVA) que, dados uma matriz, o número de linhas e o número de colunas desta matriz, retorne o maior elemento desta matriz, e coloque zeros em todos os elementos que estão na mesma linha e na mesma coluna do maior elemento. É importante enfatizar que não se pode zerar o maior elemento encontrado.

Resposta:

```
int maior_zeros (int ** mat, int m, int n){
    int i, j, maior, x, y;

    if ((m <= 0) || (n <= 0))
        exit(1);

    maior = mat[0][0];
    x = 0;
    y = 0;

    for (i = 0; i < m; i++)
        for (j = 0; j < n; j++)
            if (maior < mat[i][j]){
                x = i;
                y = j;
                maior = mat[i][j];
            }

    for (j = 0; j < n; j++)
        if (maior != mat[x][j])
            mat[x][j] = 0;

    for (i = 0; i < m; i++)
        if (maior != mat[i][y])
            mat[i][y] = 0;

    return maior;
}
```

PROAC / COSEAC - CURSO de CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO (Rio das Ostras)
Gabarito

3ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



Considere uma máquina que utiliza um grupo de 8 bits para representar dados.

- a) Indique a representação em bits para o número inteiro 177 (valor em decimal), utilizando-se representação sem sinal nesta máquina.
- b) Indique o valor em decimal, que está sendo representado pelo grupo de bits obtido no item **a**, para cada um dos casos abaixo (pode deixar as contas indicadas):
- b.1) o grupo de bits representa um inteiro com sinal utilizando a representação sinal e magnitude;
- b.2) o grupo de bits representa um inteiro com sinal utilizando a representação complemento a 2.

Resposta:

a) A representação em bits é 10110001

b)

b.1) $-(2^5 + 2^4 + 2^0) = -(32+16+1) = -49$

b.2) $01001110 + 1 = 01001111 = (79)_{10}$

Ou seja, $10110001 = -(79)_{10}$ em complemento a 2.

PROAC / COSEAC - CURSO de CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO (Rio das Ostras)
Gabarito

4ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

--	--

Considere uma máquina que possa endereçar 8M bytes de memória física, sendo que cada endereço referencia uma célula de 1 byte. Ela possui um registrador RI que armazena as instruções e um registrador CI que armazena o endereço da instrução a ser executada.

Além destes dois registradores, o processador possui 10 registradores para armazenar operandos. O conjunto de instruções desta máquina possui 32 códigos de operação diferentes e cada instrução manipula dois operandos e possui três campos: o primeiro contém o código de operação, o segundo indica o registrador onde se encontra um operando, e o seguinte identifica o endereço de memória do outro operando.

Indique:

- a) o tamanho mínimo do CI em bits;
- b) o tamanho da instrução em bits;
- c) o tamanho mínimo do RI em bits;
- d) o número de células que uma instrução ocupa.

Resposta:

- a) Se a máquina pode endereçar 8M bytes e cada endereço referencia um byte, o número de bits necessários para o endereço é $\log_2(2^{23}) = 23$. Logo o tamanho mínimo de CI é igual a 23 bits.
- b) A instrução desta máquina é composta de três campos concatenados: código de operação, identificação do registrador de operando e endereço de memória. Como a máquina possui 32 códigos de operação diferentes, necessita-se de 5 bits para codificar o código de operação. Ela possui 10 registradores para armazenar operandos, logo o segundo campo da instrução terá 4 bits. O terceiro campo contém um endereço de memória que possui 23 bits. Logo, o tamanho da instrução é igual a $5+4+23=32$ bits.
- c) O tamanho mínimo do RI deve ser igual ao tamanho da instrução, 32 bits.
- d) Como uma instrução possui 32 bits e cada célula armazena 8 bits, uma instrução ocupa 4 células.

5ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



Seja $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

- Calcule as derivadas $f'(x)$ e $f''(x)$.
- Determine o domínio de $f(x)$ e as intersecções do seu gráfico com os eixos de coordenadas.
- Determine as regiões de crescimento e decrescimento do gráfico de f , assim como os pontos de máximo e de mínimo locais, caso existam.
- Determine as regiões onde o gráfico de f é côncavo para baixo e onde o gráfico de f é côncavo para cima, assim como seus pontos de inflexão, caso existam.
- Descreva o comportamento assintótico do gráfico de f .
- Esboce o gráfico de f .

Cálculos e respostas:

- a) Calcule as derivadas $f'(x)$ e $f''(x)$.

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$$

$$f'(x) = \frac{(ad)x^2 + (2ae)x + (be - cd)}{(dx + e)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2ae^2 - (2d)(be - cd)}{(dx + e)^3}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} = \frac{x(x - 2)}{(x - 1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2}{(x - 1)^3}$$

- b) Determine o domínio de $f(x)$ e as intersecções do seu gráfico com os eixos de coordenadas.

Domínio de $f(x)$: $D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$.

Intersecção com o eixo Ox em $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \cong -1,618$ e $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \cong 0,618$.

Intersecção com o eixo Oy em $y = 1$.

PROAC / COSEAC - CURSO de CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO (Rio das Ostras)
Gabarito

Cálculos e respostas:

- c) Determine as regiões de crescimento e decrescimento do gráfico de f , assim como os pontos de máximo e de mínimo locais, caso existam.

$$\text{Pontos críticos: } f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2} = 0. \quad \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\text{Função crescente: } f'(x) > 0 \Rightarrow \frac{x(x-2)}{(x-1)^2} > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ e em } x > 2.$$

Intervalos onde a função é crescente: $(-\infty, 0)$ e $(2, \infty)$.

$$\text{Função decrescente: } f'(x) < 0 \Rightarrow \frac{x(x-2)}{(x-1)^2} < 0 \Rightarrow 0 < x < 1 \text{ e em } 1 < x < 2$$

Intervalos onde a função é decrescente: $(0, 1)$ e $(1, 2)$.

Máximo local $f(0) = 1$

Mínimo local $f(2) = 5$

- d) Determine as regiões onde o gráfico de f é côncavo para baixo e onde o gráfico de f é côncavo para cima, assim como seus pontos de inflexão, caso existam.

No intervalo $(-\infty, 1)$ a derivada segunda é negativa ($f''(x) < 0$), logo $f(x)$ é côncava para baixo.

No intervalo $(1, \infty)$ a derivada segunda é positiva ($f''(x) > 0$), logo $f(x)$ é côncava para cima.

Não existe ponto de inflexão. ($f''(x) \neq 0 \mid x \in D(f)$)

- e) Descreva o comportamento assintótico do gráfico de f .

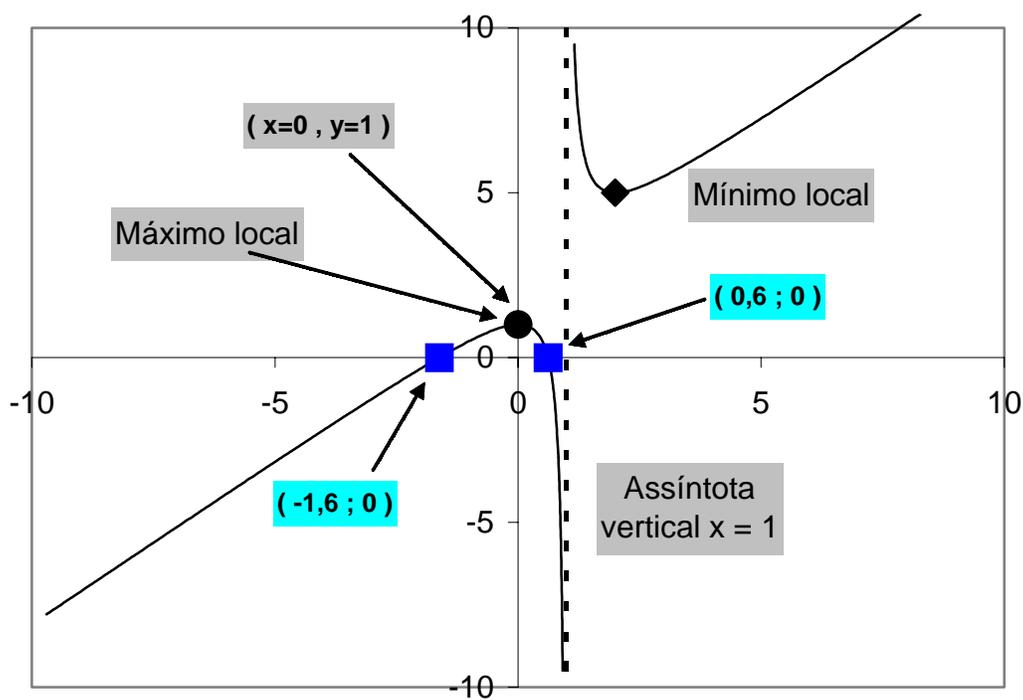
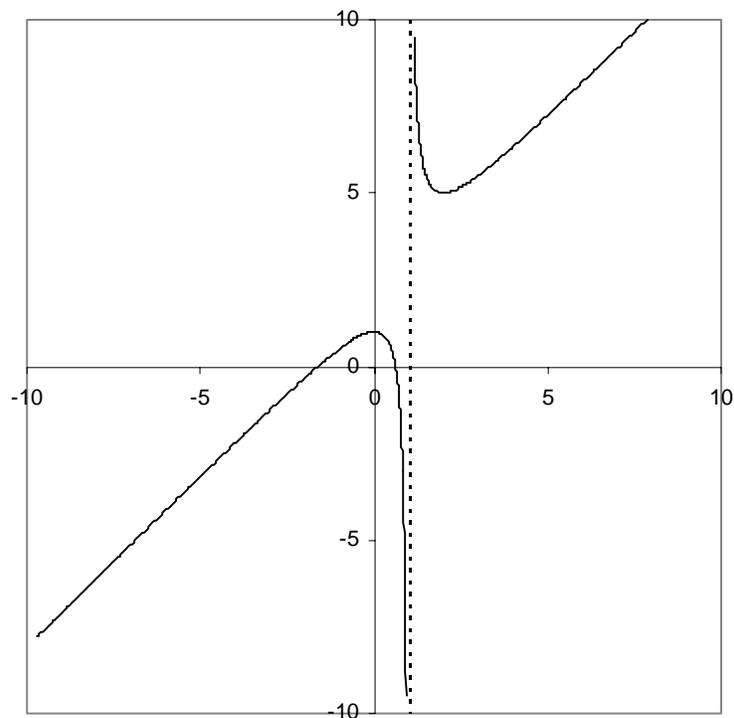
$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1} = (x + 2) + \frac{1}{x - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 1} |f(x)| = +\infty$$

$x = 1$ é uma assíntota vertical.

$y = x + 2$ é uma assíntota quando $x \rightarrow \pm\infty$.

Cálculos e respostas:

f) Esboce o gráfico de f .



6ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

--	--

Calcule as seguintes integrais:

a) $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx$

b) $\int \text{sen}^2 4x dx$

c) $\int 3xe^x dx$

Cálculos e respostas:

a) Fazendo a mudança $\begin{cases} u = 1 + e^x \\ du = e^x dx \end{cases}$ tem-se:

$$\int \frac{e^x}{1+e^x} dx = \int \frac{1}{u} du = \ln u = \ln(1+e^x) + C$$

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx = \left[\ln(1+e^x) + C \right]_0^1 = \ln(1+e^1) - \ln(1+e^0) = \ln(1+e) - \ln(2)$$

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx = \ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$$

b) Usando a fórmula

$$\text{sen}^2 4x = \frac{1}{2} - \cos \frac{8x}{2} \quad \text{e} \quad \int \cos ax dx = \frac{1}{a} \text{sen } ax + C$$

Sendo a uma constante temos:

$$\int \text{sen}^2 4x dx = \int \frac{1}{2} - \frac{\cos 8x}{2} dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \int \cos 8x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{8} \text{sen } 8x \right) + C$$

$$\int \text{sen}^2 4x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{16} \text{sen } 8x + C$$

Cálculos e respostas:

c) $\int 3xe^x dx$

Usando as fórmulas de integração por partes $\int u dv = uv - \int v du$ com

$$\begin{cases} u = 3x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 3dx \\ v = e^x \end{cases} \text{ tem-se:}$$

$$\int 3xe^x dx = 3xe^x - \int 3e^x dx = 3xe^x - 3e^x + C = e^x(3x - 1) + C$$

**PROAC / COSEAC - CURSO de CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO (Rio das Ostras)
Gabarito**

--