

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

--	--

Representação binária

Considere uma máquina que utiliza um grupo de 8 bits para representar dados.

- a) Indique a representação em bits para o número inteiro 177 (valor em decimal), utilizando-se representação sem sinal nesta máquina.
- b) Indique o valor em decimal que está sendo representado pelo grupo de bits obtido no item a para cada um dos casos abaixo (pode deixar as contas indicadas):

- b.1) o grupo de bits representa um inteiro com sinal utilizando a representação sinal e magnitude
- b.2) o grupo de bits representa um inteiro com sinal utilizando a representação complemento a 2
- b.3) o grupo de bits representa um inteiro com sinal utilizando a representação excesso de 127

- c) Para representar números em ponto flutuante no formato $(\pm 1, M)_2 \times 2^E$, esta máquina utiliza a seguinte representação:

1 bit	3 bits	4 bits
S	E	M

O primeiro bit indica o sinal do número (0 para números positivos, 1 para números negativos), os três bits seguintes representam o expoente representado em excesso de 3 e os quatro bits seguintes contêm os bits da parte fracionária da mantissa.

- c.1) Indique o valor que o grupo de bits do item a representa, caso consideremos que ele representa um número em ponto flutuante.
- c.2) Converta 6,25 (valor na base 10) para esta representação em ponto flutuante.

Resposta:

a) **Resp:** A representação em bits é 10110001

b.1) **Resp:** $-(2^5 + 2^4 + 2^0) = -(32+16+1) = -49$

b.2) **Resp:** $-2^7 + 2^5 + 2^4 + 2^0 = -128 + 32 + 16 + 1 = -79$

b.3) **Resp:** $177 = N + 127, N = 50$

Resposta:

c.1) Resp: bit de sinal =1, número negativo

Expoente representado em excesso de 3. Bits de E=011, logo $E=3-3=0$

Parte fracionária da mantissa=0001

$$N=(-1, 0001)_2 \times 2^0 = -(1 + 2^{-4}) = -(1+1/16) = -1,0625$$

c.2) Resp: $+6,25 = +(110,01)_2 = +(1,1001)_2 \times 2^{+2}$

Bit de sinal = 0

Bits para expoente=101 (+2 em excesso de 3)

Bits da mantissa= 1001

Representação: 01011001

2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Organização de máquina

Considere uma máquina que possa endereçar 8M bytes de memória física, sendo que cada endereço referencia uma célula de 1 byte. Ela possui um registrador RI que armazena as instruções e um registrador CI que armazena o endereço da instrução a ser executada.

Além destes dois registradores, o processador possui 10 registradores para armazenar operandos. O conjunto de instruções desta máquina possui 32 códigos de operação diferentes e cada instrução manipula dois operandos e possui três campos: o primeiro contém o código de operação, o segundo indica o registrador onde se encontra um operando, e o seguinte identifica o endereço de memória do outro operando.

Indique:

- a) o tamanho mínimo do CI em bits;
- b) o tamanho da instrução em bits;
- c) o tamanho mínimo do RI em bits;
- d) o número de células que uma instrução ocupa;

Resposta:

a) Se a máquina pode endereçar 8M bytes e cada endereço referencia um byte, o número de bits necessários para o endereço é $\log_2(2^{23}) = 23$. Logo tamanho mínimo de CI é igual a 23 bits.

b) A instrução desta máquina é composta de três campos concatenados: código de operação, identificação do registrador de operando e endereço de memória. Como a máquina possui 32 códigos de operação diferentes, necessita-se de 5 bits para codificar o código de operação. Ela possui 10 registradores para armazenar operandos, logo o segundo campo da instrução terá 4 bits. O terceiro campo contém um endereço de memória que possui 23 bits. Logo tamanho da instrução é igual a $5+4+23=32$ bits.

c) O tamanho mínimo do RI deve ser igual ao tamanho da instrução, 32 bits.

d) Como uma instrução possui 32 bits e cada célula armazena 8 bits, uma instrução ocupa 4 células.

3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Entrada e Saída

Explique as três técnicas de comunicação entre UCP e a interface de Entrada/Saída: por programa (polling), interrupção e acesso direto à memória. E indique as vantagens e desvantagens de cada uma.

Resposta:

Por programa: A UCP indica à interface de entrada e saída que deseja realizar uma operação de transferência de dados e fica interrogando a interface para saber se ela está pronta para realizar a transferência de dados. Quando a UCP recebe uma resposta positiva da interface, ela realiza a transferência de dados. Para ler dados da interface e colocar os dados na memória, ela realiza operações de leitura de dados da interface e escrita na memória. Para escrever dados na interface, ela realiza operações de leitura da memória e escrita na interface. As vantagens deste método são: hardware simples e todos os procedimentos estão sobre controle da UCP. As desvantagens são: utilização do processador para interrogar as interfaces, o que acarreta perda de ciclos de processador que poderiam ser utilizados na execução de outras instruções e utilização do processador para realizar a transferência de dados, o que também acarreta perda de ciclos de processador.

Por interrupção: A UCP indica à interface de entrada e saída que deseja realizar uma operação de transferência de dados e realiza outras instruções que não se referenciam a esta operação, ou seja, a UCP não fica interrogando a interface para identificar quando ela está pronta. Quando a interface está pronta para realizar a transferência, ela gera um sinal de interrupção que é recebido pela UCP. A UCP ao receber este sinal, termina de realizar a instrução que estava sendo realizada, salva o contexto onde esta instrução estava sendo realizada, e executa as instruções para realizar a transferência de dados com a interface. A vantagem deste método é que não ocorre perda de ciclos de processador para interrogar a interface, já que neste caso, não se precisa mais interrogar a interface, ela avisa quando está pronta. As desvantagens são: necessidade de um hardware adicional (controlador de interrupções, por exemplo), gerenciamento de múltiplas interrupções e perda de ciclos de relógio para salvar e recuperar o contexto dos programas que são interrompidos.

Por acesso direto à memória (DMA) : Um controlador de DMA realiza diretamente a transferência de dados entre a interface e a memória sem envolver a UCP nesta transferência. A UCP necessita enviar alguns parâmetros para o controlador de DMA: o endereço da interface, o tipo de transferência (escrita ou leitura de dados), o endereço de memória para ler ou escrever os dados e o número de bytes a serem transferidos. O controlador de DMA realiza toda a transferência de dados entre a interface e a memória e a UCP não necessita executar nenhuma instrução para realizar esta transferência. Quando a transferência acaba, o controlador de DMA gera um sinal de interrupção para a UCP indicando que a transferência foi realizada. As vantagens deste método são: permite transferência rápida entre interface e memória porque existe um controlador dedicado a realizá-la e libera a UCP para executar outras instruções não relacionadas a entrada e saída. A desvantagem é que precisamos de hardware adicional.

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)



Complete o programa Pascal abaixo, de forma a poder ser executado, de modo a atender as especificações comentadas.

```

Program Questao1(Input{teclado}, Output{vídeo});
Const
    C_Max = 100;
Type
    T_Faixa = 0..C_Max;
    T_Dom = 1..C_Max;
    T_Info = String[15];
    T_Elem = Record
        Info: T_Info;
        Qtd: Integer;
    End;
    T_Dic = Record
        Total: T_Faixa;
        Itens: array[T_Dom] of T_Elem;
    End;
...
Var
    D: T_Dic;
    Nome: T_Info;
Begin
    Inicializa(D); {operação que prepara o dicionário D para receber itens}
    write(output, 'Diga um nome: ');
    readln(input, Nome);
    while Nome<>' ' do
        begin
            Insere(Nome, D); {operação que insere Nome no dicionário D;
                             Caso não caiba, escreva mensagem no vídeo;
                             Armazenar em Qtd quantas vezes cada Nome ocorreu.}
            write(output, 'Diga o próximo nome: ');
            readln(input, Nome);
        end;
    Mostrar(D); {operação que apresenta no vídeo o conteúdo do dicionário D}
End.

```

Resposta:

```

Program (input{teclado}, output{vídeo});
const
    C_Max = 100;
type
    T_Faixa = 0..C_Max;
    T_Dom = 1..C_Max;
    T_Info = string[15];
    T_Elem = record
        info: T_Info;
        Qtd: integer;
    end;

```

Resposta:

```

    T_Dic = record
        Total: T_Faixa;
        Itens: array[T_Dom] of T_Elem
    end;
procedure Mostrar(D{e}: T_Dic);
var Ind: Integer;
begin
    writeln(output, 'Palavra:30, ', ' ', 'Quantidade');
    for Ind:= 1 to D.Total do writeln(output, D.Itens[Ind].Info:30, ' ', D.Itens[Ind].Qtd:3);
end;
function localiza(Var D{e}: T_Dic; X{e}: T_Info): integer;
Var Indice: Integer;
begin
    Indice:= D.Total;
    while (Indice>0) and (D.Itens[Indice].Info<>X)do Indice:= Indice-1;
    If Indice>0 then localiza:= Indice else localiza:= -1;
end;
procedure Insere(P{e}: T_Info; Var Dic{e/s}: T_Dic);
var onde: integer;
begin
    onde:= localiza(Dic, P);
    if onde=-1 then
        if Dic.Total=C_Max then writeln(output, 'Estourou a capacidade do dicionário')
        else begin {não achou, e cabe!}
            Dic.Total:= Dic.Total+1;
            Dic.Itens[Dic.Total].Info:= P;
            Dic.Itens[Dic.Total].Qtd:= 1
        end
    else
        begin {achou, insere no local referenciado pela variável onde}
            Dic.Itens[onde].Qtd:= Dic.Itens[onde].Qtd+1;
        end;
end;
procedure inicializa(Var Dic{s}: T_Dic);
begin
    Dic.Total:= 0
end;
Var
D: T_Dic;
Nome: T_Info;
begin
    inicializa(D);
    write(output, 'Diga um nome:');
    readln(input, Nome);
    while nome<>" do
        begin
            insere(Nome, D);
            write(output, 'Diga o próximo nome:');
            readln(input, Nome);
        end;
    mostrar(D);
end.

```


5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)



Suponha as declarações Pascal a seguir.

Type

```
T_Produto = Record
    Chave: integer;
    Descr: string;
    Valor, Qtd: Real;
End;
```

```
T_Arquivo = File of T_Produto;
```

Implemente o procedimento com cabeçalho dado a seguir.

```
Procedure Insere ( X{e}: T_Produto; Var Arq{e/s}: T_Arquivo );
```

O procedimento **Insere** recebe como parâmetros: um produto **X** e um arquivo **Arq**, que possui registros ordenados crescentemente pelo campo **Chave**. A inserção deve preservar a ordenação dos registros. Suponha que o arquivo **Arq** já esteja conectado, isto é, o comando **assign** já foi executado previamente.

Resposta:

```
Procedure Insere ( X{e}: T_Produto; Var Arq{e/s}: T_Arquivo );
var
    Atual: T_Produto;
    onde, ind: integer;
begin
    reset(Arq);
    if not eof(Arq) then
        begin
            repeat
                read(Arq, Atual);
            until eof(Arq) or (Atual.Chave>X.Chave);
            if Atual.Chave>X.Chave then
                begin
                    onde:= filepos(Arq)-1;
                    for ind:= filesize(Arq)-1 to onde do
                        begin
                            seek(Arq, ind);
                            read(Arq, Atual);
                            write(Arq, Atual);
                        end;
                    seek(Arq, onde);
                end;
        end;
    write(Arq, X)
    close(Arq);
end;
```

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ e seja $y = f(x)$ uma função derivável definida implicitamente pela equação $x - by = a\sqrt{x+y}$. Ache a e b para que a inclinação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(6,3)$ seja 1.

Cálculos e respostas:

Como $f(6) = 3$, segue que $6 - 3b = a\sqrt{6+3} = 3a$, isto é, $a + b = 2$. Por outro lado, a inclinação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(6,3)$ é $f'(6) = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=6} = 1$. Como

$x - by - a\sqrt{x+y} = 0$, derivando implicitamente obtemos

$$1 - b \frac{dy}{dx} - \frac{a}{2} \frac{1 + \frac{dy}{dx}}{\sqrt{x+y}} = 0$$

Como estamos supondo $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=6} = 1$, segue da equação imediatamente acima que

$$1 - b \frac{dy}{dx} - \frac{a}{2} \frac{2}{\sqrt{6+3}} = 0, \text{ isto é, } \frac{a}{3} + b = 1.$$

Logo, das igualdades $a + b = 2$ e $\frac{a}{3} + b = 1$, vem $a = \frac{3}{2}$ e $b = \frac{1}{2}$.

7ª QUESTÃO: (2,0 pontos)



Considere a função f definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y - y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Verifique que f é contínua em $(0, 0)$.
- Verifique se f é diferenciável em $(0, 0)$.
- O gráfico de f possui plano tangente na origem? Caso não possua justifique. Caso possua forneça a equação do plano.
- Qual a taxa de variação de f no ponto $(0, 0)$ na direção do vetor $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$.

álculos e resposta:

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f &= \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y - y^3}{x^2 + y^2} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \underbrace{x \frac{x^2}{x^2 + y^2}}_{\text{limitada}} - \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \underbrace{y \frac{y^2}{x^2 + y^2}}_{\text{limitada}} \\ &= 0 - 0 = 0 = f(0,0) \end{aligned}$$

b) Temos que

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h,0) - f(0,0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h,0)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) &= \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(0,0+k) - f(0,0)}{k} = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(0,k)}{k} \\ &= \lim_{k \rightarrow 0} \frac{-k}{k} = -1 \end{aligned}$$

$$\exists \lim_{(h,k) \rightarrow (0,0)} \frac{f(0+h,0+k) - f(0,0) - \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)h - \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)k}{\sqrt{h^2 + k^2}} = 0?$$

$$\lim_{(h,k) \rightarrow (0,0)} \frac{f(0+h,0+k) - f(0,0) - \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)h - \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)k}{\sqrt{h^2 + k^2}} = \frac{f(h,k) + k}{\sqrt{h^2 + k^2}} = \lim_{(h,k) \rightarrow (0,0)} \frac{\frac{h^2 k - k^3}{h^2 + k^2} + k}{\sqrt{h^2 + k^2}}$$

Cálculos e resposta:

$$= \lim_{(h,k) \rightarrow (0,0)} \frac{h^2k - k^3 + h^2k + k^3}{(h^2 + k^2)\sqrt{h^2 + k^2}}$$

$$= \lim_{(h,k) \rightarrow (0,0)} \frac{2h^2k}{(h^2 + k^2)^{3/2}} \left[\frac{2h^2k}{(h^2 + k^2)^{3/2}} \text{ tem a forma} \right.$$

$$\left. \text{indeterminada } \frac{0}{0} \text{ em } (0,0) \right]$$

Seja $\gamma(t) = (0, t)$. Temos que $f(\gamma(t)) = f(t, t) = \frac{-t^3}{(t^2)^{3/2}} = -\frac{t^3}{|t|^3}$.

Daí,

$$\lim_{t \rightarrow 0} \left(-\frac{t^3}{|t|^3} \right) = -\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^3}{|t|^3} = -\left(\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{|t|} \right)^3$$

$$= \begin{cases} -\left(\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{t}{t} \right)^3 = -1 \\ -\left(\lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{t}{-t} \right)^3 = +1 \end{cases}$$

Consequentemente, $\nexists \lim_{(h,k) \rightarrow (0,0)} \frac{2h^2k}{(h^2 + k^2)^{3/2}}$ e f não é diferenciável em $(0,0)$

c) Não, pois f não é diferenciável em $(0,0)$

d) Seja $\vec{u} = \frac{(1, -1)}{\sqrt{2}}$

Cálculos e respostas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial u}(0,0) &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f\left(0 + \frac{1}{\sqrt{2}}t, 0 - \frac{1}{\sqrt{2}}t\right) - f(0,0)}{t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{t}{\sqrt{2}}, -\frac{t}{\sqrt{2}}\right) - 0}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right)^2 \left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right) - \left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right)^3}{\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right)^2}}{t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{0}{t} = 0 \end{aligned}$$

Não podemos calcular $\frac{\partial f}{\partial u}(0,0)$ através de $\nabla f(0,0)$ porque f não é diferenciável em $(0,0)$.