UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

TRANSFERÊNCIA – 2º semestre letivo de 2005 e 1º semestre letivo de 2006

CURSO de ENGENHARIA (CIVIL, ELÉTRICA, MECÂNICA, DE PRODUÇÃO e DE TELECOMUNICAÇÕES) – NITERÓI - Gabarito

INSTRUÇÕES AO CANDIDATO

- Verifique se este caderno contém:

  PROVA DE **REDAÇÃO** – enunciadas duas propostas;

  PROVA DE **CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS** - enunciadas questões discursivas totalizando dez pontos.
- Se este caderno não contiver integralmente o descrito no item anterior, notifique imediatamente ao fiscal.
- No espaço reservado à identificação do candidato, além de assinar, preencha o campo respectivo com seu nome.
- Não é permitido fazer uso de instrumentos auxiliares para o cálculo e o desenho, portar material que sirva para consulta nem equipamento destinado à comunicação.
- Na avaliação do desenvolvimento das questões será considerado somente o que estiver escrito a caneta, com tinta azul ou preta, nos espaços apropriados.
- O tempo disponível para realizar estas provas é de quatro horas.
- Ao terminar, entregue ao fiscal este caderno devidamente assinado. Tanto a falta de assinatura quanto a assinatura fora do local apropriado poderá invalidar sua prova.
- Certifique-se de ter assinado a lista de presença.
- Colabore com o fiscal, caso este o convide a comprovar sua identidade por impressão digital.
- Você deverá permanecer no local de realização das provas por, no mínimo, noventa minutos.

AGUARDE O AVISO PARA O INÍCIO DA PROVA

proac

coseac

RESERVADO À IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO

NOME

ASSINATURA : ____________________

RESERVADO AOS AVALIADORES

REDAÇÃO			rubrica: ____________
C. ESPECÍFICOS			rubrica: ____________

PROAC / COSEAC - Gabarito

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Considere a função f definida por $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{x-1}$.

Determine:

a) seu domínio;

b) as equações das assíntotas horizontais e verticais, caso existam;

c) os intervalos em que a função é crescente e onde é decrescente, bem como os pontos de máximo e mínimo locais, caso existam;

d) os intervalos em que o gráfico tem concavidade voltada para cima e onde tem concavidade voltada para baixo, bem como os pontos de inflexão, caso existam;

e) um esboço de seu gráfico.

Cálculos e respostas:

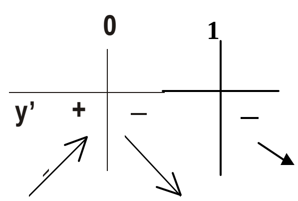
$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x-1}$$

a) Domínio: $\mathbb{R} - \{1\}$

b) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{e^{-x}}{x-1} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{e^{-x}}{x-1} = -\infty \Rightarrow$ é ass. vertical

$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{1}{e^x(x-1)} = 0$; $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{e^{-x}}{x-1} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-e^{-x}}{1} = -\infty$; $y = 0$ é ass. horizontal

c) $y' = \dfrac{-xe^{-x}}{(x-1)^2} \rightarrow y' = 0 \Rightarrow x = 0$



f é crescente se x < 0 e decrescente se x > 0 (0, -1) é

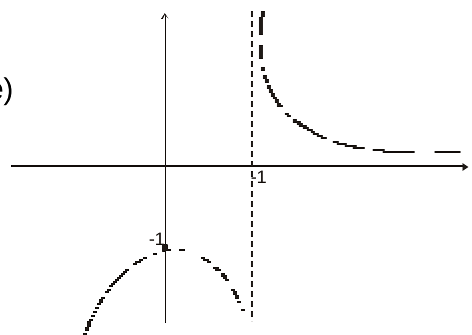
Cálculos e respostas:

d) $y'' = \dfrac{e^{-x}(x^2+1)}{(x-1)^3} \neq 0$

		1	
y”	–		+

Se x < 1 o gráfico tem c v b
x > 1 o gráfico tem c v c
não tem ponto de inflexão ($x \neq 1$)

e)



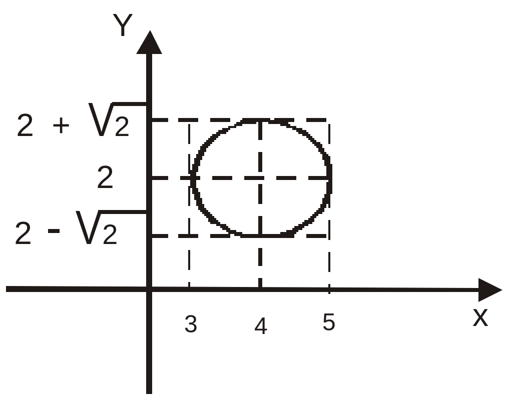
2ª QUESTÃO: (0,5 ponto)

Considere a equação $2x^2 + y^2 - 16x - 4y + 34 = 0$.
Identifique a cônica que ela representa e faça um esboço do seu gráfico.

$2(x^2 - 8x + 16) - 32 + (y^2 - 4y + 4) - 4 + 34 = 0$

$2\,(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 2 \longrightarrow (x - 4)^2 + \dfrac{(y-2)^2}{2} = 1$

elipse com centro em (4, 2)

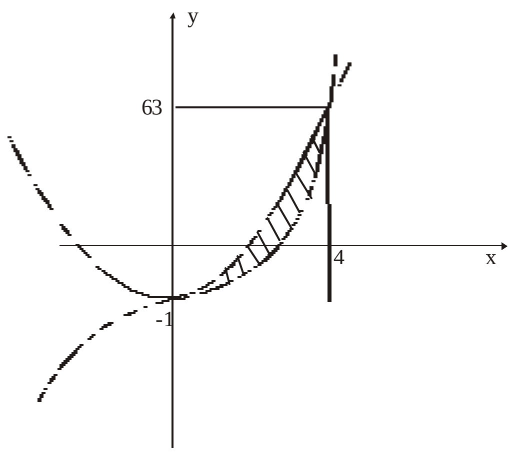


3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Calcule a área da região do plano limitada pelas curvas de equações $y = x^3 - 1$ e $y = 4x^2 - 1$.

Cálculos e respostas:

$$\begin{cases} y = x^3 - 1 \\ y = 4x^2 - 1 \end{cases}$$



$$x^3 - 1 = 4x^2 - 1$$

$$x^3 - 4x^2 = 0$$

$$x^2 (x - 4) = 0$$

$x = 0$ ou $x = 4$

para $0 < x < 4$

$4x^2 > x^3$

$$A = \int_0^4 \left(4x^2 - 1 - x^3 + 1\right) dx$$

$$= \left(\frac{4x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^4 = \frac{256}{3} - \frac{256}{4} = \frac{256}{12} = \frac{64}{3}\text{.u.a.}$$

4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Considere a função $z = \ell n(x^2 + y^2)$. Mostre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

Cálculos e respostas:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y^2} \quad ; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{2(x^2 + y^2) - 2x.2x}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{2y^2 - 2x^2}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2} \quad ; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{2(x^2 + y^2) - 2y.2y}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{2x^2 - 2y^2}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \text{ c.q.d.}$$

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Considere a Matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Determine:

a) o determinante de A
b) a transposta e a inversa de A
c) os autovalores de A

Cálculos e respostas:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) det A = 1 + 1 + 2 = 4

b) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\text{Cof } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}(\text{Cof } A)^T = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

c) autovalor: det (A – λI) = 0

$$\det\begin{pmatrix} 1-\lambda & 0 & -1 \\ 0 & 1-\lambda & 2 \\ 1 & -1 & 1-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

Cálculos e respostas:

$$(1-\lambda)^3 + (1-\lambda) + 2\,(1-\lambda) = 0$$

$$(1-\lambda)^3 + 3\,(1-\lambda) = 0$$

$$(\lambda - 1)\,[(1-\lambda)^2 + 3] = 0$$

$$1 - 2\lambda + \lambda^2 + 3 = 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda + 4 = 0$$

$$\lambda = \frac{2 \pm \sqrt{4-16}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm i\sqrt{12}}{2} =$$

$$= \frac{2 \pm 2i\sqrt{3}}{2} = 1 \pm i\sqrt{3}$$

$$\lambda_1 = 1$$

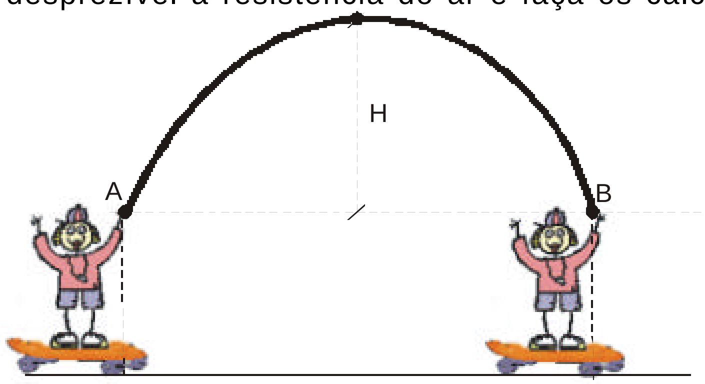
$$\lambda_{2,3} = 1 \pm i\sqrt{3}$$

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um menino está andando de "skate", em trajetória retilínea, numa calçada horizontal lisa, com velocidade constante igual a 2,5 m/s.

No ponto A, ele lança para cima uma bolinha de gude com velocidade vertical igual a 4,0 m/s e a apanha de volta no ponto B.

Considere desprezível a resistência do ar e faça os cálculos utilizando g = 10 m/s².

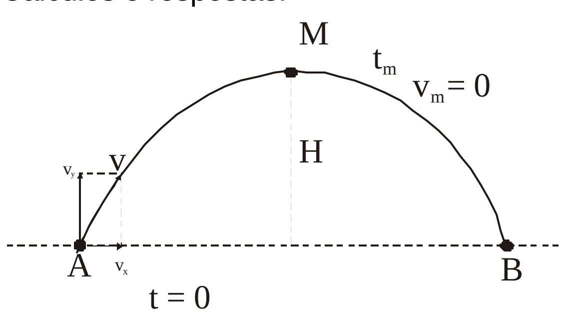


Determine:

a) a altura máxima H atingida pela bolinha;

b) o valor da distância horizontal AB.

Cálculos e respostas:



$v_x = 2{,}5$ m/s

$v_y = 4{,}0$ m/s

a) no ponto M:

na vertical: $v_m^2 = v_y^2 - 2gH$

$2gH = v_y^2 \quad \therefore \quad H = \dfrac{v_y^2}{2g}$

$H = \dfrac{16}{20} = 0{,}8 \quad \therefore \quad H = 0{,}80 \text{ m} \quad \therefore \quad H = 80 \text{ cm}$

Cálculos e respostas:

b) no ponto M:

na vertical: $v_m = v_y - gt_m$

$$gt_m = v_y \quad \therefore \quad t_m = \frac{v_y}{g}$$

$$t_m = \frac{4}{10} = 0,4\,s$$

no ponto B : $t_B = 2t_m = 2 \times 0,4 = 0,8$ s

na horizontal:

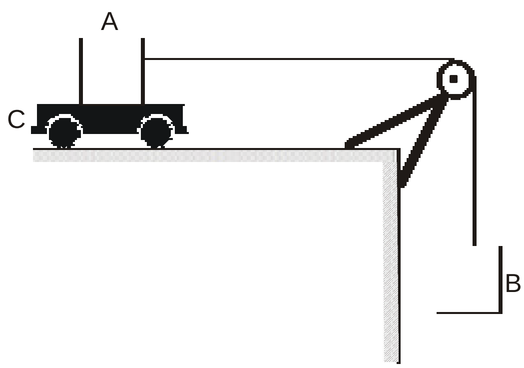
$\overline{AB} = v_x \,.\, t_B \quad \therefore \quad \overline{AB} = 2,5 \times 0,8 = 2\,m$

$\overline{AB} = 2,0m$

7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Dois blocos A e B, de massas iguais a m, estão ligados por um fio leve e flexível que passa por uma polia de massa desprezível, que gira sem atrito. O bloco A está apoiado sobre um carrinho C de massa 4 m, que pode se deslocar sobre a superfície horizontal lisa.

Faça $g = 10\ m/s^2$.



Quando o conjunto é liberado, o bloco B desce e o bloco A se desloca sobre o carrinho. Nesta situação a força de atrito entre o bloco A e o carrinho C é constante e vale,

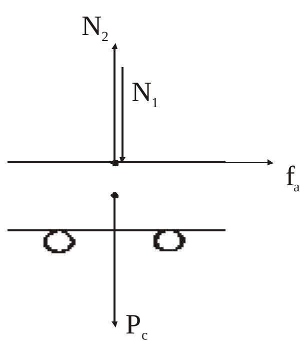
Calcule:

a) a aceleração do carrinho;

b) a relação $\frac{T}{m}$, sendo T o módulo da força de tração no fio.

Cálculos e respostas:

a) Isolando o carrinho:



$f_a = 0,2\ mg$

Pela 2ª lei de Newton: $R = m\ .\ a$

$f_a = 4m\ .\ a_c$

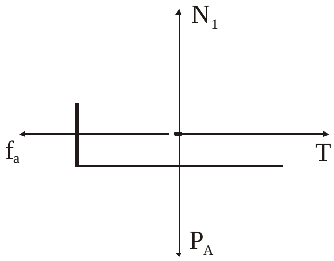
$0,2\ \cancel{m}g = 4\ \cancel{m}\ .\ a_c \quad \therefore \quad a_c = \frac{0,2 \times 10}{4}$

$a_c = 0,5\ m/s^2$

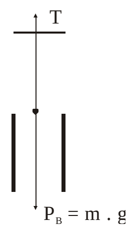
Cálculos e respostas:

b) Isolando os blocos A e B e aplicando a 2[a] lei de Newton em cada caso:

Bloco A



Bloco B



$T - f_a = m \cdot a$

$P_B - T = m \cdot a$

$P_B - f_a = 2\, m \cdot a \quad \therefore \quad m \cdot g - f_a = 2\, m \cdot a$

$mg - 0{,}2\, mg = 2ma \quad \therefore \quad 0{,}8\, mg = 2\, ma$

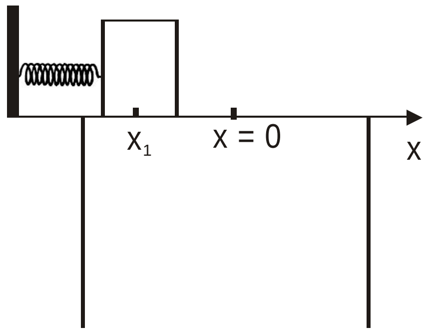
$a = \dfrac{0{,}8 \times 10}{2} \quad \therefore \quad a = 4\ m/s^2$

$T = f_a + ma = 0{,}2\, mg + m \times 4 \quad \therefore \quad T = 2m + 4m = 6m$

$\dfrac{T}{m} = 6$

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um bloco de massa igual a 4,0 kg está apoiado sobre uma mesa horizontal sem atrito e ligado a uma mola ideal cuja constante de força é $k = 4{,}0 \times 10^2$ N/m. A posição x = 0, na figura abaixo, indica a posição de equilíbrio da mola.



Calcule:

a) o trabalho realizado pela mola quando o bloco se desloca da posição $x_1 = -\,5{,}0$ cm até a posição de equilíbrio;

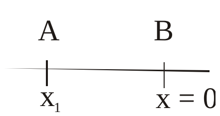
b) a velocidade escalar do bloco ao atingir a posição de equilíbrio.

a) $W = \frac{1}{2}\ k\ x_1^2$

$W = \frac{1}{2}\ .\ 4\ .\ 10^2\ .\ 25\ .\ 10^{-4}$

$W = 50\ .\ 10^{-2} \quad \therefore \quad W = 0{,}50\ J$

b)



$E_{m_A} = E_{m_B} \qquad E_{P_{el_A}} = W$

$E_{P_{el_A}} = E_{c_B}$

$W = \frac{1}{2} m v_B^2$

$v_B^2 = \frac{2W}{m} \therefore v_B^2 = \frac{2 \times 0{,}5}{4} = \frac{1}{4}$

$v_B = 0{,}50$ m/s

9^{a} QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma bola de material muito leve é mantida submersa dentro de um tanque com água, por meio de um fio preso ao fundo do tanque. O volume da bola é igual a 200 cm^3, sua massa é igual a 40g e seu centro está a 50 cm da superfície livre da água (figura 1). Cortando-se o fio, observa-se que a bola sobe, salta fora da água e seu centro atinge uma altura h acima da superfície (figura 2).

Dados: massa específica da água: $1{,}0 \times 10^3$ kg/m^3
g = 10 m/s^2

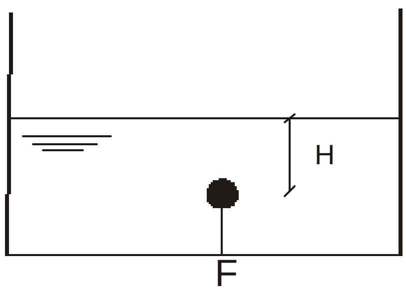


figura 1

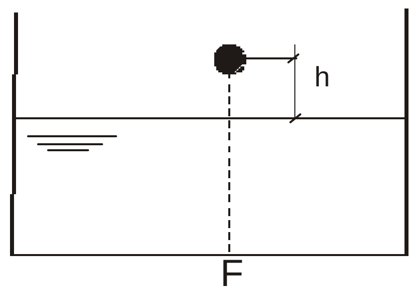
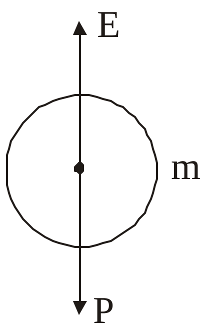


figura 2

Informe se, nestas condições, é possível que o valor de h seja maior que 2,0 m. Justifique sua resposta.

Cálculos e respostas:

O valor máximo de h ocorrerá quando não houver nenhuma dissipação de energia no processo. Quando imersa na água, atuarão sobre a bola apenas o peso P e o empuxo E e no ar apenas o peso P. Nestas condições, calculando o valor de h:



m: massa da bola

$$E - P = m \cdot a \quad \therefore \quad a = \frac{E - P}{m}$$

$$a = \frac{V_s \cdot \mu_L \cdot g - mg}{m} \quad \therefore \quad a = \frac{200 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{3} \times 10 - 40 \times 10^{-3} \times 10}{40 \times 10^{-3}}$$

a = 40 m/s^2

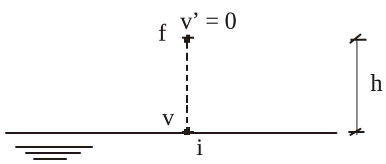
Cálculos e respostas:

Calculando a velocidade da bola ao atingir a superfície da água:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,H \quad \therefore \quad v^2 = 2 \times 40 \times 0,5 = 40$$

$$v = \sqrt{40}\,m/s$$

No ar:



$$E_{p_i} = 0; \quad E_{c_f} = 0$$

$$E_{m_i} = E_{m_f} \quad \therefore$$

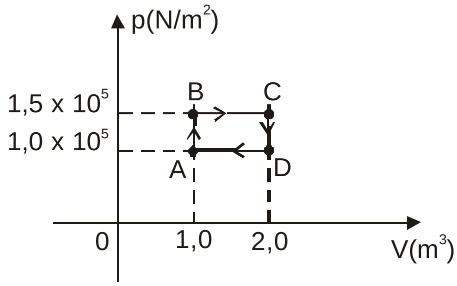
$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \therefore \quad h = \frac{v^2}{2g} \quad \therefore \quad h = \frac{40}{20}$$

$$h = 2,0\ m$$

Logo não é possível que h seja maior que 2,0 m.

10ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma máquina térmica industrial utiliza um gás ideal operando de acordo com o ciclo apresentado na figura. A temperatura no ponto A é igual a 400 K.



Calcule:

a) a temperatura no ponto C;

b) a quantidade de calor trocada pelo gás com o ambiente ao longo de um ciclo.

a)

$$\frac{p_A . V_A}{T_A} = \frac{p_c . V_c}{T_c}$$

$$\frac{1 x 10^5 x 1}{400} = \frac{1,5 x 10^5 x 2}{T_c}$$

$T_c = 1200$ K $\therefore$ $T_c = 1,2 \times 10^3$ K

b) $Q - W = \Delta U$

num ciclo: $\Delta U = 0$

$Q = W$

$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$

$W_{AB} = W_{CD} = 0$ (volume constante)
$W_{BC} = 1,5 \times 10^5 \times (2 - 1) = 1,5 \times 10^5$ J
$W_{DA} = 1,0 \times 10^5 \times (1 - 2) = -1,0 \times 10^5$ J
$W = 1,5 \times 10^5 - 1,0 \times 10^5$ $\therefore$ $W = 0,5 \times 10^5$ J = Q

$Q = 5,0 \times 10^4$ J