

PROAC / COSEAC - Gabarito

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

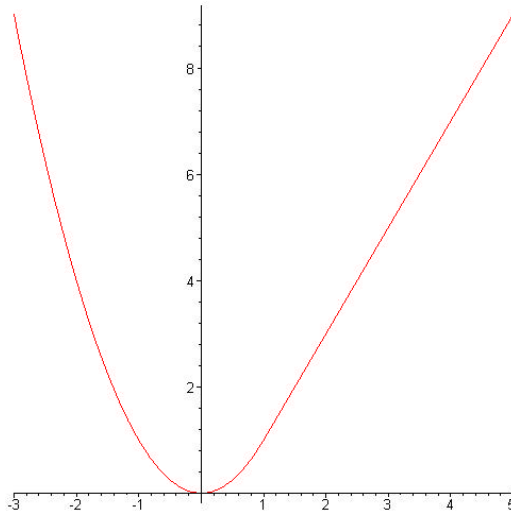


$$\text{Seja } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x - 1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Aponte se f é diferenciável em 1 e se f é contínua em 1.

Esboce o gráfico de f e justifique sua resposta, utilizando as ferramentas aprendidas em cálculo I.

Cálculos e respostas:



$$\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{2x - 1 - 1}{x - 1} & \text{se } x > 1 \end{cases} = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \leq 1 \\ 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 2 \qquad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 2$$

Logo, f é diferenciável em 1 e $f'(1) = 2$

Como f é diferenciável em 1, segue que f é contínua em 1.

PROAC / COSEAC - Gabarito

2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

--	--

Seja f diferenciável e suponha que, para todo $x \in Df$, $3x^2 + x \operatorname{sen} f(x) = 2$.

Mostre que $f'(x) = -\left[\frac{6x + \operatorname{sen} f(x)}{x \operatorname{cos} f(x)}\right]$, para todo $x \in Df$, com $x \operatorname{cos} f(x) \neq 0$.

Cálculos e respostas:

$$3 \times 2x + \operatorname{sen} f(x) + x f'(x) \operatorname{cos} f(x) = 0$$

$$6x + \operatorname{sen} f(x) + x f'(x) \operatorname{cos} f(x) = 0$$

$$f'(x) = -\left[\frac{6x + \operatorname{sen} f(x)}{x \operatorname{cos} f(x)}\right]$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Demonstre que o momento de área de segunda ordem (momento de inércia) de uma seção circular de diâmetro d no plano xy é $I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}$.

Cálculos e respostas:

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_0^{2\theta} \int_0^{d/2} (r \sin \theta)^2 r \, dr d\theta = \int_0^{2\theta} \sin^2 \theta \left. \frac{r^4}{4} \right|_0^{d/2} d\theta = \frac{d^4}{64} \int_0^{2\theta} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{d^4}{64}$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



A seção transversal horizontal de uma certa pirâmide a uma distância x do vértice é um quadrado de lado $(b/h)x$ onde b é o lado da base e h a altura da pirâmide.

Demonstre, mediante integrais definidas, que o volume da pirâmide é $1/3$ da área da base vezes a altura.

Cálculos e respostas:

$$\int_0^h [(b/h)x]^2 dx = \frac{1}{3} b^2 h$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Mostre que a função $f(x, t) = \cos(x + at)$ satisfaz a equação da onda $a^2 \partial^2 f / \partial x^2 = \partial^2 f / \partial t^2$.

Cálculos e respostas:

$$a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial \cos(x + at)}{\partial x} = -a^2 \sin(x + at)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial \cos(x + at)a}{\partial x} = -a^2 \sin(x + at)$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Uma liga metálica, utilizada em turbinas de aviões a jato, apresenta a seguinte composição química em peso:

Titânio	90%
Alumínio	6%
Vanádio	4%

Qual a composição desta liga em percentagem de átomos?

Dados: pesos atômicos:

$$\text{Ti} = 204$$

$$\text{Al} = 27$$

$$\text{V} = 51$$

Cálculos e respostas:

Base de cálculo: 1 kg de liga

Pesos de Ti, Al e V existentes em 1 kg de liga:

Ti	$1 \times 0,90 = 0,90 \text{ kg}$
Al	$1 \times 0,06 = 0,06 \text{ kg}$
V	$1 \times 0,04 = 0,04 \text{ kg}$

Quantidade de átomos-kg existentes em 1 kg de liga:

Ti	$0,90 / 204 = 0,004412$
Al	$0,06 / 27 = 0,002222$
V	$0,04 / 51 = 0,000843$

Total de átomos-kg em 1 kg de liga:

$$0,004412 + 0,002222 + 0,000843 = 0,007477$$

Composição da liga em percentagem de átomos:

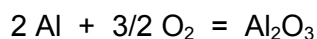
<i>Ti</i>	$0,004412 / 0,007477 = 0,590$	59,0 %
<i>Al</i>	$0,002222 / 0,007477 = 0,297$	29,7 %
<i>V</i>	$0,000843 / 0,007477 = 0,113$	11,3 %

PROAC / COSEAC - Gabarito

7ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



O Alumínio pode ser removido de um banho de Ferro líquido através da adição de Oxigênio gasoso a este banho, segundo a reação:



Sabendo-se que o banho pesa 100 t e contém 0,05 % de Alumínio indique o volume de oxigênio puro, a 27°C e 2 atm de pressão, necessário para se oxidar totalmente o Alumínio existente.

Dados: pesos atômicos

Fe = 56

Al = 27

O = 16

mol-kg = 22,4 m³

CNTP $\left\{ \begin{array}{l} 273^\circ\text{K de temperatura} \\ 1 \text{ atm de pressão} \end{array} \right.$

Cálculos e respostas:

Peso de Alumínio do banho: $100.000 \text{ kg} \times 0,0005 = 50,0 \text{ kg}$

Peso de oxigênio necessário para se oxidar o Alumínio:

$50,0 \text{ kg Al} \times 3/2 \times 2 \times 16 \text{ kg Oxigênio} / (2 \times 27 \text{ kg Al}) = 44,444 \text{ kg}$

Volume de Oxigênio nas CNTP para oxidar o Alumínio:

$$44,444 \times 22,4 / 32 = 31,1108 \text{ m}^3$$

Volume de Oxigênio nas condições especificadas:

$$P_1 \times V_1 / T_1 = P_2 \times V_2 / T_2$$

$$1 \text{ atm} \times 31,1108 \text{ m}^3 / 273^\circ\text{K} = 2 \text{ atm} \times V_2 / 300^\circ\text{K} \quad \therefore V_2 = 19,6904 \text{ m}^3$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Uma solução de cloreto de prata está rotulada como AgCl 0,2000M.
Qual volume desta solução, em cm³, contém 200g de prata?

Dados: pesos atômicos

Ag = 108

Cl = 35

Cálculos e respostas:

Base de cálculo: 1 mol de AgCl

Peso de 1 mol de AgCl: $108 + 35 = 143$ g

Peso de Ag em solução de AgCl 1,0000 M: 108 g Ag /1000 cm³

Peso de Ag em sol. de AgCl 0,2000 M: $108 \times 0,2000 = 21,6$ g /1000cm³

Volume de solução AgCl 0,2000 M que contém 200 g de Ag:

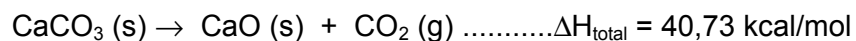
$1000 \text{ cm}^3 \times 200 \text{ g Ag} / 21,6 \text{ g AgCl} = \mathbf{9.259,26 \text{ cm}^3}$

PROAC / COSEAC - Gabarito

9ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



A calcinação do calcário é realizada a 1000°K e se processa conforme a reação



Indique a quantidade de CaO (quilos) e CO₂ (litros) produzidos na calcinação de 10 toneladas de CaCO₃, onde o CO₂ deixa o reator a 1000°K e a 1 atm de pressão, e o calor necessário para a completa calcinação (ΔH_{total}).

Dados: Pesos atômicos

Ca = 40, C = 12, O = 16;

CNTP: T = 273°K, P = 1 atm;

Calor da reação: $\Delta H_{\text{total}} = 40,73 \text{ kcal/mol de CaCO}_3$.

Cálculos e respostas:

mol de CaCO₃ = 100; números de moles contidos em 1 t = 1×10^5 moles de CaCO₃



100 → 56 → 44

10×10^3 → z → y , conclui-se que z = 5,6 t de CaO e y = 4,4 t de CO₂;

como 28 g → 22,4 l, temos que 4,4 t → w, temos que w = 3520 m³ ou 3,52x10⁶ litros.

$PV/T = P_f V_f / T_f$ $1 \times 3520 / 273 = 1 \times V_f / 1000 \rightarrow V_f = 3520 \times 1000 / 273 \approx 12894 \text{ m}^3$ ou $12,9 \times 10^9$ litros

Total de calor necessário: $\Delta H_{\text{total}} = 40,73 \times 1 \times 10^5 = 4.073.000 \text{ kcal}$

PROAC / COSEAC - Gabarito