

# PROAC / COSEAC - Gabarito

## Prova de Conhecimentos Específicos

### 1ª QUESTÃO: (0,0 ponto)



#### Representação binária

Considere uma máquina que utiliza uma palavra de 8 bits.

- a) Qual é a faixa de valores inteiros com sinal que esta máquina pode representar utilizando representação em sinal e magnitude e complemento a 2? (pode deixar as contas indicadas)
- b) Resolva as seguintes operações, convertendo os números para representação em complemento a 2, efetuando a operação com os números convertidos e indique se houve overflow.
- b.1)  $12+5$
  - b.2)  $-45+2$
  - b.3)  $110+27$
  - b.4)  $-15-3$

Resposta:

- a) Sinal e magnitude:  $-(2^7-1)$  a  $+(2^7-1)$  ou  $-127$  a  $+127$   
Complemento a 2:  $-(2^7)$  a  $+(2^7-1)$  ou  $-128$  a  $+127$

b.1)  $12+5$

Resp:

$$12 = 00001100$$

$$5 = \cancel{00000101}$$

$$17 = 00010001 \quad \text{Não houve overflow, carries } C_7 \text{ e } C_8 \text{ iguais}$$

b.2)  $-45+2$

Resp:

$$-45 = \text{inv}(00101101)+1=11010011$$

$$+2 = \quad \quad \quad \cancel{00000010}$$

$$-43 = \quad \quad \quad 11010101 \quad \text{Não houve overflow, carries } C_7 \text{ e } C_8 \text{ iguais}$$

b.3)  $110+27$

Resp:

$$110 = 01101110$$

$$27 = \cancel{00011011}$$

$$137 = 10001001 \quad \text{Houve overflow, carries } C_7 \text{ e } C_8 \text{ diferentes}$$

b.4)  $-15-3$

Resp:

$$-15 = \text{inv}(00001111)+1=11110001$$

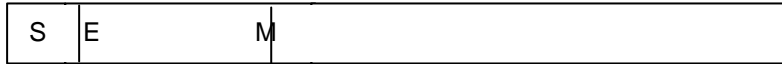
$$-3 = \text{inv}(00000011)+1=\cancel{11111101}$$

$$-18 = \quad \quad \quad 11101110 \quad \text{Não houve overflow, carries } C_7 \text{ e } C_8 \text{ iguais}$$

## PROAC / COSEAC - Gabarito

- c) Para representar números em ponto flutuante no formato  $(\pm 1, M)_2 \times 2^E$ , esta máquina utiliza a seguinte representação:

**1 bit**      **3 bits**                      **4 bits**



O primeiro bit indica o sinal do número (0 para números positivos, 1 para números negativos), os três bits seguintes representam o expoente representado em complemento a 2 e os 4 bits seguintes contêm os bits da parte fracionária da mantissa. Indique a representação dos seguintes valores:

c.1) +12,5

c.2) -0,75

Resposta:

c.1) +12,5

Resp:

$$+12,5 = +(1100,1)_2 = +(1,1001)_2 \times 2^{+3}$$

Representação do expoente: 011

Representação da mantissa: 1001

Representação do sinal: 0

Representação Total: 00111001

c.2) -0,75

Resp:

$$-0,75 = -(0,11)_2 = -(1,1)_2 \times 2^{-1}$$

Representação do expoente: 111

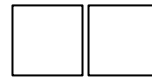
Representação da mantissa: 1000

Representação do sinal: 1

Representação Total: 11111000

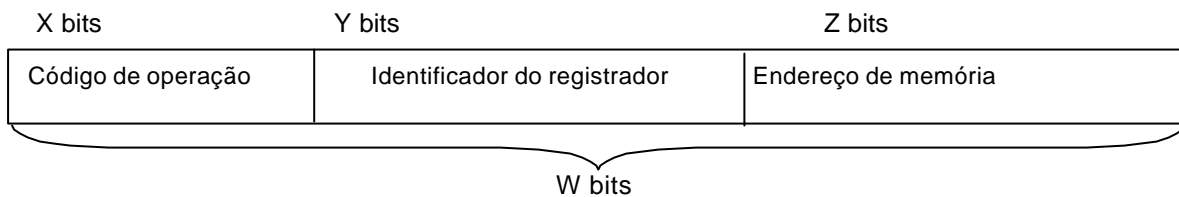
## PROAC / COSEAC - Gabarito

2ª QUESTÃO: (0,0 ponto)



### Formato de instruções

Considere um microprocessador hipotético que pode endereçar 1M bytes de memória, possui 16 registradores e um conjunto de instruções com 256 instruções. As instruções são compostas por três campos: o primeiro contém o código de operação, o segundo o identificador do registrador que contém um operando e o terceiro o endereço de memória que contém o endereço de um outro operando, de acordo com a figura abaixo:



- a) Indique os valores em bits de X, Y, Z e W.
- b) Se o número de registradores for aumentado para 32, mantendo-se inalterado o tamanho da instrução, descreva as mudanças que poderiam ser executadas na arquitetura desta máquina em relação ao número de instruções e endereçamento de memória.

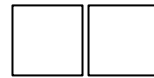
Resposta:

a)  $X = \log_2 256 = 8$ ,  $Y = \log_2 16 = 4$ ,  $Z = \log_2 2^{20} = 20$ ,  $W = X + Y + Z = 32$

b) Para aumentar o número de registradores para 32, precisaremos de mais um bit para o campo Y que identifica o registrador. Para manter o mesmo tamanho da instrução, podemos diminuir o número de instruções para 128 e mantemos a capacidade de endereçamento, ou mantemos o número de instruções e diminuimos a capacidade de endereçamento para 512 K bytes.

## PROAC / COSEAC - Gabarito

**3ª QUESTÃO: (0,0 pontos)**



### Entrada e Saída

Descreva os três possíveis métodos de comunicação entre uma interface de entrada e saída com a unidade central de processamento e memória principal: por programa (*polling*), interrupção e acesso direto à memória.

Resposta:

Por programa: A Unidade Central de Procedimento (UCP) fica monitorando o dispositivo de entrada e saída para saber quando ele está pronto para receber um dado da UCP ou quando ele possui algum dado para entregar para a UCP. A UCP realiza a transferência de dados.

Por interrupção: A UCP indica ao dispositivo que deseja executar uma operação de entrada e saída e quando o dispositivo está pronto para receber ou enviar dados, ele interrompe a UCP que realiza a transferência de dados.

Por acesso direto à memória: Existe um outro dispositivo responsável pela transferência de dados entre a UCP e o dispositivo de entrada e saída. A UCP informa a este dispositivo se quer receber ou enviar dados, a quantidade de dados e o dispositivo realiza toda a operação de transferência sem interferência da UCP.

## PROAC / COSEAC - Gabarito

### 4ª QUESTÃO: (0,0 pontos)

--	--

Faça um programa Pascal para: ler do teclado a dimensão **DIM** de uma matriz quadrada (Restrição: dimensão máxima possível é dez) e ler do teclado os **DIMxDIM** elementos da matriz **MAT**, onde cada elemento é um número **real**. Após toda a leitura, calcule e escreva a posição, **LINHA** e **COLUNA**, da célula da matriz que possui maior soma dos elementos de sua vizinhança imediata, além disso, escreva o valor desta **SOMA**. Exemplos de entradas e saídas:

DIM	MAT	Célula de Vizinhança com Maior Soma									
2	<table border="1"> <tr> <td>99</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>2</td> </tr> </table>	99	13	7	2	Linha = 2, Coluna = 2, Soma = 99+13+7 = 119					
99	13										
7	2										
3	<table border="1"> <tr> <td>-9</td> <td>-8</td> <td>-7</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </table>	-9	-8	-7	4	2	3	8	3	1	Linha = 3, Coluna = 2, Soma = 8+4+2+3+1 = 18
-9	-8	-7									
4	2	3									
8	3	1									

Resposta:

```

Program Quest1 (Input {teclado}, Output {vídeo});
Uses
    Crt;
Const
    C_MAX_DIM = 10;
Type
    Faixa = 1..C_MAX_DIM;
    MATRIZ = ARRAY[Faixa,Faixa] of Real;
Function SOMA_VIZINHOS(L,C{e}: Faixa; M{e}: MATRIZ; D{e}: Faixa): Real;
    Var
        LIN,COL : Faixa;
        S : Real;
    Begin
        S := 0;
        For LIN := L-1 to L+1 Do
            For COL := C-1 to C+1 Do
                If (LIN in [1..D]) and (COL in [1..D]) and ((LIN<>L) or (COL<>C)) Then S :=
S+M[LIN,COL];
                SOMA_VIZINHOS:= S;
            End;
        End;
    Var
        LINHA, COLUNA, Lin, Col, DIM : Faixa;
        MAT : MATRIZ;
        SOMA, ATUAL : Real;
    Begin
        Repeat
            Write (Output, 'Diga a dimensão da matriz (0<Dimensão<=dez) :\> ');
            Readln (Input, DIM);
        Until (DIM>=1) and (Dim<=C_MAX_DIM);
    
```

## PROAC / COSEAC - Gabarito

```
For Lin := 1 to DIM Do
  Begin
    For Col := 1 to DIM Do Read (Input, MAT[Lin, Col]);
    Readln (Input);
  End;
SOMA := SOMA_VIZINHOS(1,1,MAT,DIM);
LINHA := 1;
COLUNA := 1;
For LIN := 1 to DIM Do
  For COL := 1 to DIM Do
    Begin
      ATUAL := SOMA_VIZINHOS(LIN,COL,MAT,DIM);
      If ATUAL>SOMA Then
        Begin
          SOMA := ATUAL;
          LINHA := LIN;
          COLUNA := COL;
        End;
      End;
    End;
  Writeln (Output, 'Linha = ', LINHA, ' Coluna = ', COLUNA, ' Soma = ', SOMA:5:2);
  Readln (Input);
End.
```

## PROAC / COSEAC - Gabarito

### 5ª QUESTÃO: (0,0 pontos)

--	--

Faça um programa Pascal para processar polinômios de grau até 50. Ler os polinômios P, Q e R, com graus definidos pelo usuário GP, GQ e GR, respectivamente. Calcular e listar:

- a) o Polinômio S, com grau GS, que seja P+Q+R;
- b) o Polinômio M, com grau GM, que seja o produto P\*Q\*R;
- c) o Polinômio T, com grau GT, que seja (P+R)\*(M+Q)

Sugestão:

Faça subprogramas Leitura, Escrita, Soma e Multiplicação de Polinômios.

Um polinômio **Pol** é descrito por:

$$\mathbf{Pol(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n}$$

Resposta:

```
Program Quest2 (Input{teclado}, Output{vídeo});
Uses Crt;
Const C_GRAU_MAX = 50;
Type T_FAIXA = 0..C_GRAU_MAX;
      T_POL = Array[T_FAIXA] of Real;
Procedure Leitura(Var V{s} : T_POL; Var TV{s} : T_FAIXA; MSG{e} : String);
  Var IND : T_FAIXA;
  Begin
    WriteLn (Output, MSG);
    Repeat
      Write (Output, 'Diga a dimensão do Polinômio :> ');
      ReadLn (Input, TV);
    Until (TV>=0) and (TV<=C_GRAU_MAX);
    For IND := 0 to TV Do
      Begin
        Write (Output, 'Coeficiente de Grau ', IND, ' = ');
        ReadLn (Input, V[IND]);
      End;
    End;
Procedure Escrita(V{e} : T_POL; TV{e} : T_FAIXA; MSG{e} : String);
  Var IND : T_FAIXA;
  Begin
    WriteLn (Output, MSG);
```

## PROAC / COSEAC - Gabarito

```
For IND := TV downto 1 Do If V[IND]<>0 Then Write (Output, V[IND]:5:2, '^X^', IND, ' + ');
WriteLn (Output, V[0]:5:2);
End;
Procedure SOMAR(A{e}: T_POL; TA{e}: T_FAIXA; B{e}: T_POL;TB{e}: T_FAIXA;
Var C{s}: T_POL; Var TC{s}:T_FAIXA);
Var IND : T_FAIXA;
Begin
If TA<=TB Then
Begin
TC := TB;
For IND := 0 to TA Do C[IND] := A[IND]+B[IND];
For IND := TA+1 to TB Do C[IND] := B[IND];
End
Else
Begin
TC := TA;
For IND := 0 to TB Do C[IND] := A[IND]+B[IND];
For IND := TB+1 to TA Do C[IND] := A[IND];
End;
End;
Procedure MULTIPLICAR(A{e} : T_POL; TA{e} : T_FAIXA; B{e} : T_POL; TB{e} : T_FAIXA;
Var C{s} : T_POL; Var TC{s} : T_FAIXA);
Var IND, AIND, BIND : T_FAIXA;
Begin
TC := TA+TB;
If TC>C_GRAU_MAX Then
WriteLn (Output, 'ERRO - SUPEROU O LIMITE DE REPRESENTAÇÃO')
Else
Begin
For IND := 0 to TC Do C[IND] := 0;
For AIND := 0 to TA Do
For BIND := 0 to TB Do
C[AIND+BIND] := C[AIND+BIND] + A[AIND]*B[BIND];
End;
End;
Var
P,Q,R,S,T,M : T_POL;
GP, GQ, GR, GS, GT, GM : T_FAIXA;
Begin
Leitura (P, GP, 'Polinômio P');
Leitura (Q, GQ, 'Polinômio Q');
Leitura (R, GR, 'Polinômio R');
SOMAR (P,GP, Q,GQ, S,GS);
SOMAR (S,GS, R, GR, S, GS);
Escrita (S, GS, 'Polinômio S');
MULTIPLICAR (P,GP, Q,GQ, M, GM);
MULTIPLICAR (M, GM, Q,GQ, M, GM);
Escrita (M, GM, 'Polinômio M');
SOMAR (P, GP, R, GR, S, GS);
SOMAR (M, GM, Q, GQ, T, GT);
MULTIPLICAR (S, GS, T, GT, T, GT);
Escrita (T, GT, 'Polinômio T');
ReadLn (Input);
End.
```



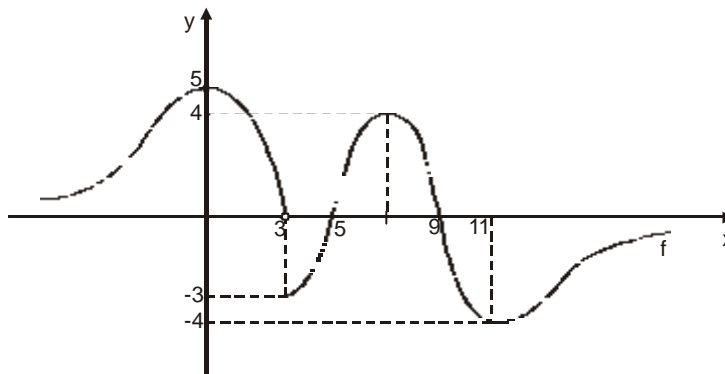
PROAC / COSEAC - Gabarito



6ª QUESTÃO: (0,0 pontos)



Considere a função f dada pelo gráfico abaixo



$$e \ g(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c & \text{se } x \leq 1 \\ ax & \text{se } 1 < x < 3 \\ 3 & \text{se } x = 3 \\ |f(x)| & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

- i) Determine um valor para a de forma que g seja contínua em  $x = 3$ .
- ii) Considerando o valor de a do item anterior, determine os valores de b e c de forma que g seja derivável em  $x = 1$ .
- iii) Esboce o gráfico de g com os valores encontrados para a, b e c.

Cálculos e respostas:

$$i) \left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^-} ax &= 3a \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} |f(x)| &= |f(3)| = |-3| = 3 = g(3) \end{aligned} \right\} 3a = 3 \Leftrightarrow a = 1$$

$$g'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - (1 + b + c)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1 - b - c}{x - 1}$$

$$g'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + bx + c - (1 + b + c)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + bx - 1 - b}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1) + b(x-1)}{x-1}$$

## PROAC / COSEAC - Gabarito

ii)

Cálculos e respostas:

Se  $g$  é derivável em  $x = 1$ ,  $g$  é contínua em  $x = 1$ , ou seja, com

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + bx + c) = 1 + b + c$$

temos

$$\underbrace{1 = 1 + b + c}_{\exists \lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = g(1) = 1 + b + c \Leftrightarrow b + c = 0$$

Substituindo em  $g'_+(1)$  obtemos  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1-(b+c)}{x-1}$

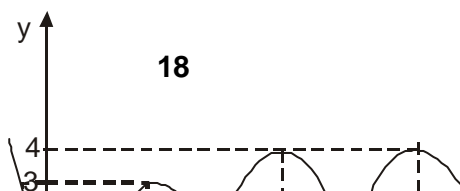
$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-1} = 1$$

Como  $g'_+(1) = g'_-(1)$  para que  $g$  seja derivável em  $x = 1$ ,

$$1 = 2 + b \Leftrightarrow b = -1 \text{ e } c = 1$$

iii) De (i) e (ii) temos que

$$g(x) \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{se } x \leq 1 \\ x & \text{se } 1 < x < 3 \\ |f(x)| & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$



## PROAC / COSEAC - Gabarito

Daí o esboço do gráfico de  $f$  é

**7ª QUESTÃO: (0,0 pontos)**

Mostre que as funções  $f(x) = \sin^2 x$  e  $g(x) = -\cos^2 x$  são ambas primitivas da mesma função. Explique como é possível isto acontecer.

Cálculos e resposta:

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x \quad \text{e} \quad g'(x) = -2 \cos x (-\sin x) \\ = 2 \sin x \cos x$$

São então ambas primitivas da função  $h(x) = 2 \sin x \cos x$ .  
Assim as funções  $f$  e  $g$  tendo a mesma derivada diferem por uma constante.

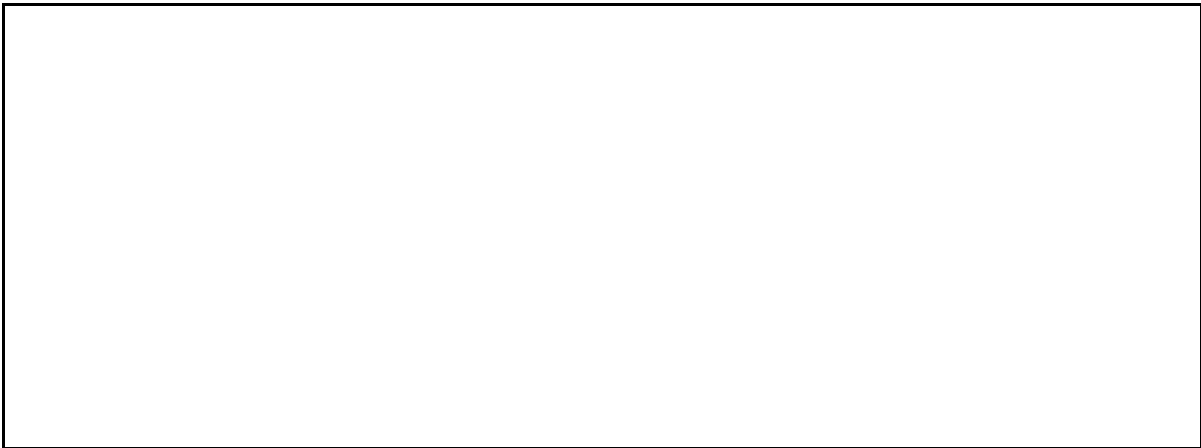
$$\text{Explicação: } g(x) = -\cos^2 x = -(1 - \sin^2 x) = \sin^2 x - 1 \\ = f(x) - 1$$

$$g(x) = f(x) - 1$$

ou

$$f(x) = g(x) + 1$$

**PROAC / COSEAC - Gabarito**



**8ª QUESTÃO: (0,0 pontos)**

--	--

Dada a equação  $xz - yz = 2 + 3 \text{ sen}(5x + y + 2z)$ :

- verifique se a equação define implicitamente uma função  $z = f(x,y)$  na vizinhança de  $(x,y) = (0,2)$  tal que  $f(0,2) = -1$
- determine a direção e sentido de maior crescimento de  $f$  a partir do ponto  $(0,2)$  e a correspondente taxa máxima de crescimento de  $f$ .

Cálculos e respostas:

a) Seja  $F(x,y,z) = xz - yz - 2 - 3 \text{ sen}(5x + y + 2z) (=0)$

Daí  $F: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ ,  $F \in C^1$  em  $\mathbb{R}^3$

Vemos que  $F(0, 2, -1) = 0$  e além disso,

com  $\frac{\partial F}{\partial z}(x,y,z) = x - y - 6\cos(5x+y+2z)$ ,

$$\frac{\partial F}{\partial z}(0,2,-1) = 0 - 2 - 6\cos(5 \cdot 0 + 2 + 2(-1))$$

$$= -2 - 6 \cos(0) = -2 - 6 \cdot 1 = -8 \neq 0$$

Pelo TFImp, existirão uma bola aberta  $B$  de centro  $(0,2)$  e um intervalo aberto  $J$  com  $-1 \in J$  tais que  $\forall (x,y) \in B$ , existe uma (única)  $f(x,y) \in J$  com  $F(x,y, f(x,y)) = 0$  [ de fato, como

$xz - yz - 2 - 3 \text{ sen}(5x + y + 2z) = 0$ , com  $z = f(x, y)$  temos  $F(x,y, f(x,y)) = 0$ ]

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}(x,y,f(x,y))}{\frac{\partial F}{\partial z}(x,y,f(x,y))} = -\frac{z - 15\cos(5x + y + 2z)}{x - y - 6\cos(5x + y + 2z)}$$

## PROAC / COSEAC - Gabarito

A função  $z = f(x,y)$ ,  $(x, y) \in B$  é diferenciável e ainda

e

Cálculos e respostas:

b) A direção e sentido de maior crescimento de  $f$  a partir do ponto  $(0,2)$  é dada pelo vetor

A taxa máxima de crescimento de  $f$  é dada pela

=

**PROAC / COSEAC - Gabarito**

