

**PROAC / COSEAC - Gabarito**  
**Prova de Conhecimentos Específicos**

**1ª QUESTÃO: (1,0 ponto)**

--	--

Calcule a derivada segunda

$$\frac{d^2}{dx^2}(e^{-2x} \cos x)$$

## PROAC / COSEAC - Gabarito

Cálculos e respostas:

$$\frac{d}{dx}(e^{-2x} \cos x) = -2e^{-2x} \cos x - e^{-2x} \sin x$$

$$\frac{d}{dx}(-2e^{-2x} \cos x - e^{-2x} \sin x) = 4e^{-2x} \cos x + 2e^{-2x} \sin x + 2e^{-2x} \sin x - e^{-2x} \cos x =$$

$$3e^{-2x} \cos x + 4e^{-2x} \sin x$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(e^{-2x} \cos x) = 3e^{-2x} \cos x + 4e^{-2x} \sin x$$

**2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)**

Calcule a integral

$$\int \sin x \cos^2 x \, dx$$

## PROAC / COSEAC - Gabarito

Cálculos e respostas:

Seja  $u = \cos x$

$$du = -\operatorname{sen} x \, dx$$

$$\text{Então } -\int \operatorname{sen} x \cos^2 x \, dx = \int u^2 \, du = \frac{u^3}{3} + C$$

$$\int \operatorname{sen} x \cos^2 x \, dx = -\frac{\cos^3 x}{3} + C$$

**3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)**

--	--

a) Determine a solução da seguinte equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} + by = 1$$

## PROAC / COSEAC - Gabarito

b) Verifique a resposta

Cálculos e respostas:

a) Solução da homogênea:  $\frac{dy}{dx} + by = 0$

eq. característica:  $r + b = 0$

raiz:  $r = -b$

solução:  $y = Ce^{-bx}$

Solução da particular:  $y_P = D$  (Constante)

$$y'_P = 0$$

Substituindo:  $0 + b D = 1$

$$D = \frac{1}{b}$$

Solução completa:  $y(x) = Ce^{-bx} + \frac{1}{b}$

b) Verificação:  $y' = -b Ce^{-bx}$

Substituindo:  $-b Ce^{-bx} + b Ce^{-bx} + \frac{b}{b} = 1 \quad 1 = 1$

**4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)**

Indique se os vetores  $\vec{u} = (1, -1, 2)$ ;  $\vec{v} = (1, 2, 3)$  e  $\vec{w} = (-1, 4, -1)$  são linearmente independentes.

## PROAC / COSEAC - Gabarito

Cálculos e respostas:

Calculando-se o determinante.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = -2 + 3 + 8 + 4 - 12 - 1 = 0$$

Não. São linearmente dependentes.

**5ª QUESTÃO:** (1,0 ponto)

## PROAC / COSEAC - Gabarito

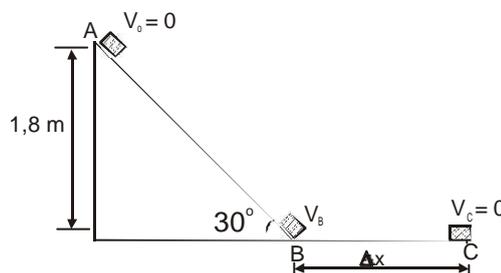
Um objeto de massa  $m = 2 \text{ kg}$  desliza sem atrito sobre um plano inclinado que faz um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal. O objeto é abandonado, a partir do repouso, de uma altura  $h = 1,8 \text{ m}$  medida a partir do solo. Ao atingir a base do plano inclinado, o objeto passa a deslizar sobre o plano horizontal, com a presença de atrito, sendo que o coeficiente de atrito cinético entre o objeto e o plano horizontal é  $\mu = 0,2$ .

Calcule:

- a velocidade do objeto na base do plano inclinado;
- a distância percorrida pelo objeto, no plano horizontal, até parar.

adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$

Cálculos e respostas:



- por conservação da energia mecânica

$$mgh = \frac{1}{2}mV_B^2 \quad \therefore V_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,8} = 6 \text{ m/s}$$

- Pelo Teorema de energia cinética

$$W_{\vec{F}_{AT}} = \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 \Rightarrow$$

$$-m\mu g \Delta x = 0 - \frac{1}{2}mV_B^2 \quad \therefore \Delta x = \frac{V_B^2}{2\mu g} = \frac{36}{2 \cdot 0,2 \cdot 10} = 9 \text{ m}$$

ou usando a equação de Torricelli

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \quad \text{onde } F_R = F_{AT} = m \cdot a$$

obtem-se o mesmo resultado.

**6ª QUESTÃO:** (1,0 ponto)

--	--

## PROAC / COSEAC - Gabarito

Uma partícula de massa  $0,1 \text{ kg}$  vem-se deslocando ao longo do eixo  $x$  e está sujeita a uma força que varia com a posição dada por  $F(x) = 20x - 4x^3 \text{ (SI)}$ . Quando a partícula passa pela posição  $x = 0$  sua velocidade é de  $20 \text{ m/s}$  no sentido positivo do eixo.

- Determine o trabalho realizado por essa força sobre a partícula no deslocamento entre  $x = 0$  e  $x = 2\text{m}$ .
- Obtenha a velocidade dessa partícula na posição  $x = 2\text{m}$ .

Cálculos e respostas:

a)

$$W^{\vec{F}} = \int_0^x \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^x F(x) dx = \int_0^2 (20x - 4x^3) dx$$

$$W^{\vec{F}} = \left( 20 \frac{x^2}{2} - 4 \frac{x^4}{4} \right)_0^2 = 40 - 16 = 24 \text{ J}$$

b) pelo Teorema da Energia Cinética

$$W^{\vec{F}} = \frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2$$

$$24 = \frac{1}{2} 0,1 V^2 - \frac{1}{2} 0,1 (20)^2$$

$$V^2 = 400 + 480 = 880$$

$$\therefore V = 29,7 \text{ m/s}$$

## PROAC / COSEAC - Gabarito

### 7ª QUESTÃO: (1,5 pontos)



Um anel de raio  $R$  (uma roda de bicicleta, por exemplo), com uma massa  $m$  uniformemente distribuída, gira com velocidade angular constante  $\omega$  em torno de um eixo fixo, passando pelo seu centro de massa, e perpendicular ao eixo do anel.

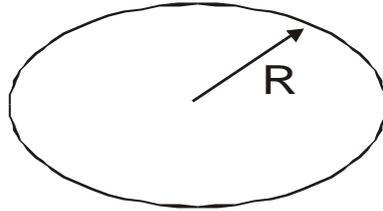
Obtenha:

- o momento de inércia do anel;
- a energia cinética de rotação;
- o módulo do torque necessário para fazer o anel parar com aceleração angular constante, após um intervalo de tempo  $\Delta t$ .

## PROAC / COSEAC - Gabarito

Cálculos e respostas:

a)



$$I = \sum m_i r_i^2 = \sum m_i R^2 = R^2 \sum m_i = mR^2$$

$$b) K_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} mR^2 \omega^2$$

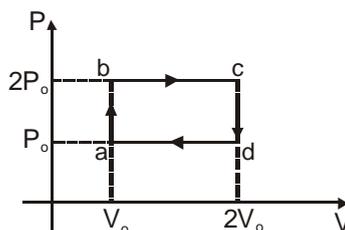
$$c) \vec{t} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} \quad (\text{já que } \alpha = \text{cte})$$

$$|\vec{t}| = \frac{|\Delta\vec{L}|}{\Delta t} = \frac{|0 - I\omega|}{\Delta t} \quad \therefore t = \frac{mR^2\omega}{\Delta t}$$

### 8ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



Um mol de um gás ideal monoatômico é usado como substância operante de uma máquina térmica, que opera no ciclo mostrado abaixo.



## PROAC / COSEAC - Gabarito

Calcule, em termos de  $P_0$  e  $V_0$ :

- o trabalho realizado por ciclo;
- o calor absorvido  $Q_{abc}$  por ciclo na fase de expansão abc;
- o rendimento da máquina.

Cálculos e respostas:

$$a) W = \int P dV = \text{área do retângulo} = P_0 V_0$$

$$b) dU = dQ - dW$$

$$\begin{aligned} W_{ab} = 0 \quad (V = \text{cte}) \Rightarrow Q_{ab} = \Delta U &= \Delta \left( \frac{3}{2} RT \right) = \Delta \left( \frac{3}{2} PV \right) \\ &= \frac{3}{2} V \Delta P = \frac{3}{2} P_0 V_0 \end{aligned}$$

$$Q_{bc} = \Delta U + W_{bc} = \Delta \left( \frac{3}{2} PV \right) + 2P_0 V_0 = \frac{3}{2} 2P_0 V_0 + 2P_0 V_0 = 5P_0 V_0$$

$$Q_{abc} = \frac{3}{2} P_0 V_0 + 5P_0 V_0 = \frac{13}{2} P_0 V_0$$

$$c) h = \frac{W}{Q_{abc}} = \frac{P_0 V_0}{\frac{13}{2} P_0 V_0} = \frac{2}{13} \approx 15\%$$