

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



Considere a função f definida por $f(x) = \frac{e^{-x^2}}{2}$.

Determine:

- a) as equações das assíntotas horizontais e verticais, caso existam;
- b) as coordenadas dos pontos de máximo e mínimo locais, caso existam;
- c) as coordenadas dos pontos de inflexão, caso existam;
- d) um esboço do gráfico de f , considerando os elementos obtidos nos itens **a**, **b**, e **c**.

Cálculos e respostas:

$$y = \frac{e^{-x^2}}{2}$$

- a) assíntotas verticais \rightarrow não há, pois o domínio da função é \mathbb{R} .
 assíntotas horizontais:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x^2}}{2} = 0 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x^2}}{2} \text{ (a função é par)}$$

$y = 0$ é assíntota horizontal

b) $y = \frac{e^{-x^2}}{2} \Rightarrow y' = -xe^{-x^2} \Rightarrow y' = 0$ se $x = 0$

se $x < 0 \Rightarrow y' > 0 \Rightarrow y$ crescente

se $x > 0 \Rightarrow y' < 0 \Rightarrow y$ decrescente

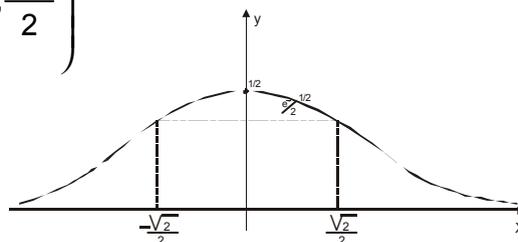
$(0, 1)$ é ponto de máximo local; não tem ponto de mínimo local.

c) $y'' = -e^{-x^2} + x \cdot 2xe^{-x^2} = (-1 + 2x^2)e^{-x^2}$

$$y'' = 0 \rightarrow 2x^2 = 1 \quad \therefore \quad x^2 = \frac{1}{2} \quad \therefore \quad x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{e^{-\frac{1}{2}}}{2}\right)$ e $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{e^{-\frac{1}{2}}}{2}\right)$ são as coord. dos pontos de inflexão

d)



2ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



Calcule $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$

Cálculos e respostas:

$$\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}} = \int_0^{p/2} \frac{4\text{sen}^2 q \cdot 2\cos q dq}{\sqrt{4-4\text{sen}^2 q}} =$$

$$x = 2 \text{ sen } \theta$$

$$dx = 2 \cos \theta d\theta$$

$$x = 0 \rightarrow \theta = 0$$

$$x = 2 \rightarrow \theta = \frac{p}{2}$$

$$= \int_0^{p/2} \frac{8 \text{sen}^2 q \cos q dq}{2\sqrt{1-\text{sen}^2 q}} =$$

$$= 4 \int_0^{p/2} \text{sen}^2 q dq = 2 \int_0^{p/2} (1 - \cos 2q) dq =$$

$$\begin{array}{l} \cos^2 \theta + \text{sen}^2 \theta = 1 \\ \cos^2 \theta - \text{sen}^2 \theta = \cos 2\theta \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} = 2 \left(q - \frac{\text{sen} 2q}{2} \right) \Big|_0^{p/2} \\ = 2 \left(\frac{p}{2} \right) = p \end{array} \right.$$

$$2 \text{ sen}^2 \theta = 1 - \cos 2\theta$$

3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Mostre que a função $z = \ln(x^2 + y^2)$ satisfaz à equação de Laplace: $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

Cálculos e respostas:

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{2(x^2 + y^2) - 2x \cdot 2x}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{2(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{2(x^2 + y^2) - 2y \cdot 2y}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{2(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

Logo,

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{2y^2 - 2x^2 + 2x^2 - 2y^2}{(x^2 + y^2)^2} = 0$$



4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Determine:

- a) A^T ;
- b) $\det A$;
- c) A^{-1} , caso exista.

Cálculos e respostas:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a) $A^T = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\det A = 2 \cdot 1 \cdot 3 + (-1) \cdot 1 \cdot 5 = 6 - 5 = 1$.

c) Como $\det A \neq 0$ existe A^{-1}

$$\begin{array}{ccc|ccc|cc} 2 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \rightarrow & 0 & 1 & 5/2 & -5/2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 & & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

i) $L_1 \div 2 \rightarrow L_1$; $L_1 \times \frac{(-5)}{2} + L_2 \rightarrow L_2$

iii) $L_3 \times 2 \rightarrow L_3$;

ii) $L_2 \times (-1) + L_3 \rightarrow L_3$

$L_3 \times (-5) + L_2 \rightarrow L_2$

$L_3 + L_1 \rightarrow L_1$

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 1 & 0 & -1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 5/2 & -5/2 & 1 & 0 & \rightarrow & 0 & 1 & 0 & -15 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 1/2 & 5/2 & -1 & 1 & & 0 & 0 & 1 & 5 & -2 & 2 \end{array}$$

Logo: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

PROAC / COSEAC - Gabarito

5ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



Determine o volume ocupado por 220 g de gás carbônico na temperatura de 27 °C e pressão de 780 mmHg.

Dados:

Pesos Atômicos:

$$C = 12$$

$$O = 16$$

Cálculos e respostas:

$$\text{Mol CO}_2 = 44 \text{ g}$$

$$44 \text{ g} \text{ ————— } 22,4 \text{ L}$$

$$220 \text{ g} \text{ ————— } x$$

$$x = 112 \text{ L}$$

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{PV}{T} \rightarrow V = \frac{P_0 V_0 T}{P T_0} = \frac{760 \times 112 \times 300}{780 \times 273} = 119,92 \text{ L}$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

6ª QUESTÃO: (1,5 ponto)



Ao se tratar uma solução de cobre pentahidratado pelos hidróxidos alcalinos obtém-se um precipitado azul, que submetido a uma calcinação, desidrata-se, deixando um resíduo que pesou 15,9g.

Calcule a massa empregada de sal hidratado.

Dados:

Pesos Atômicos:

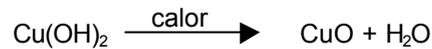
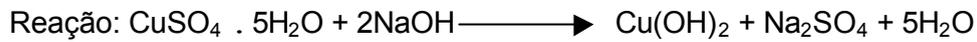
Cu = 63,5

S = 32

O = 16

H = 1

Na = 23



Cálculos e respostas:

Sal hidratado: $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$

Resíduo: CuO

249,5 g de $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ ————— 79,5 g de CuO

x ————— 15,9 g CuO

x = 49,9 g de $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$

PROAC / COSEAC - Gabarito

7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Calcule a massa de H_2SO_4 contida em 80 ml de solução N/10.

Dados:

Pesos Atômicos:

H = 1

S = 32

O = 16

Cálculos e respostas:

Nº de equivalente = Volume x Normalidade = 0,08 L x 0,1 N = 0,008 equivalentes.

$$\text{Ne} = \frac{m}{\text{eq.grama}} \longrightarrow m = 0,008 \times 49 = 0,392$$

$$\text{eq. grama do } \text{H}_2\text{SO}_4 = \frac{98}{2} = 49$$

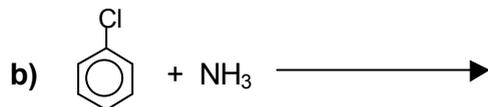
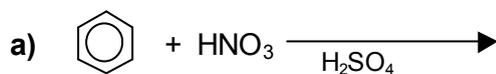
P.M. do $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98$

PROAC / COSEAC - Gabarito

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)



Indique os produtos das seguintes reações químicas:



Cálculos e respostas:

