Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Considere a função f definida por $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$.

Determine:

a) o domínio da função.
b) os intervalos onde o gráfico de f é crescente e onde é decrescente.
c) as equações das assíntotas horizontais e verticais, caso existam.
d) os pontos de máximo e mínimo locais, caso existam.

Cálculos e respostas:

$$y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$$

Domínio : R {-1,1}

$$Y' = \frac{-\,4x}{(x^2-1)^2}$$

se $x < 0$ ($x \neq -1$) $y' > 0 \Rightarrow$ f é crescente

se $x > 0$ ($x \neq 1$) $y' < 0 \Rightarrow$ f é decrescente

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+1}{x^2-1} = +\infty \quad , \qquad \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+1}{x^2-1} = -\infty$$

$$\lim_{x\to -1^+} \frac{x^2+1}{x^2-1} = -\infty \quad , \qquad \lim_{x\to -1^-} \frac{x^2+1}{x^2-1} = +\infty$$

$x = -1$ e $x = 1$ são assintotas verticais

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+1}{x^2-1} = -1$$ $y = -1$ é assintota horizontal

$y' = 0 \Rightarrow 4x = 0 \quad x = 0$ (0,-1) é ponto crítico de acordo com a análise de crescimento da função.

este é um ponto de mínimo local.

2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

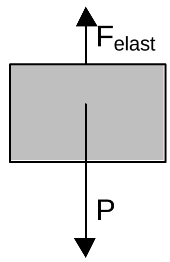
Um objeto está pendurado em uma balança de mola presa ao teto de um elevador. Com o elevador parado a balança marca 65N.

Considere $g = 10 m/s^2$.

Determine:

a) a leitura da balança quando o elevador sobe com velocidade constante.
b) a leitura da balança quando o elevador sobe com aceleração constante e igual a $2{,}0\ m/s^2$.

Cálculos e respostas:



a) $F_R = 0 \rightarrow F_{elast} = \text{Peso}$

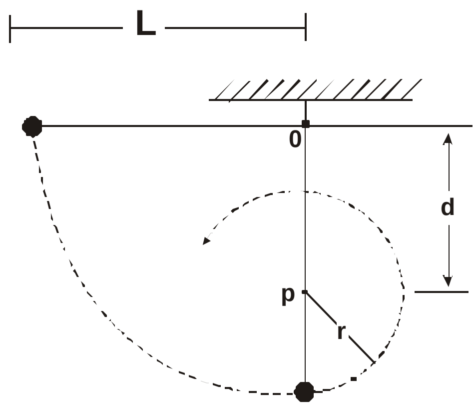
$P = 65\ N$

b)
$$\left.\begin{array}{l} F_R = Ma \\ F_{elast} - 65 = Ma \\ F_{elast} = 78\ N \end{array}\right\} \begin{array}{l} M = 6,5\ N \\ a = 2\ m/s^2 \end{array}$$

3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Na figura abaixo, uma pequena massa é presa a um fio leve de comprimento $L = 1{,}25 \times 10^2$ cm. A distância **d**, do ponto **o** ao prego **p** é igual a 85 cm. Quando a esfera é solta, a partir do repouso, da posição representada, ela descreve a trajetória pontilhada.

Considere $g = 10 m/s^2$.



Determine:

a) a velocidade da esfera no ponto mais baixo da trajetória.
b) a velocidade da esfera no ponto mais alto da trajetória, depois de o fio tocar o prego.

Cálculos e respostas:

a) $mgL = \frac{1}{2}mV^2$

$V = \sqrt{2gL}$

$V = 5{,}0$ m/s

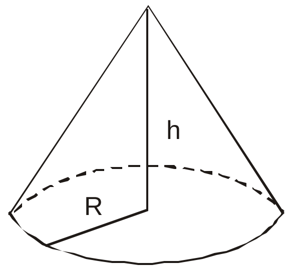
b) $mgL = mg2r + \frac{1}{2}mV^2$

$V^2 = 2g\,(L - 2r)$

$V = 3{,}0$ m/s

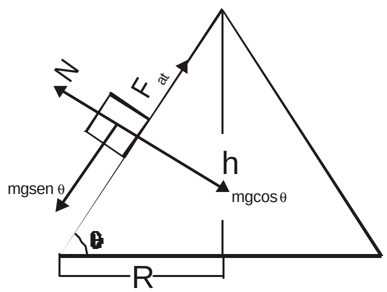
4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um trabalhador deseja empilhar areia em uma área circular de raio R, formando um cone de altura h, conforme indicado na figura abaixo.



O volume de um cone é dado por $\pi R^2 h/3$. Demonstre que o volume máximo de areia é $\pi \mu_e R^3/3$, onde μ_e é o coeficiente de atrito estático da areia com a areia.

Cálculos e respostas:



$\cancel{mg}sen\theta = \mu_e \cancel{mg}cos\theta$

$\mu_e = tg\theta = \frac{h}{R}$

$V = \pi r^2 \frac{h}{3}$

$V = \pi r^3 \frac{\mu_e}{3}$

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma régua de 30 cm é colocada verticalmente sobre uma mesa. A seguir, ela cai sem escorregar. A inércia de rotação da régua, em relação a um eixo que passa por uma extremidade perpendicular ao comprimento é dada por $mL^2/3$.

Determine a velocidade da extremidade, imediatamente antes de a régua tocar a mesa. Considere $g = 10m/s^2$.

Cálculos e respostas:

$$mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{mL^2}{3} \times \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{3g}{L}$$

$$\omega^2 = \frac{30}{30 \times 10^{-2}}$$

$$\omega = 10\ s^{-1}$$

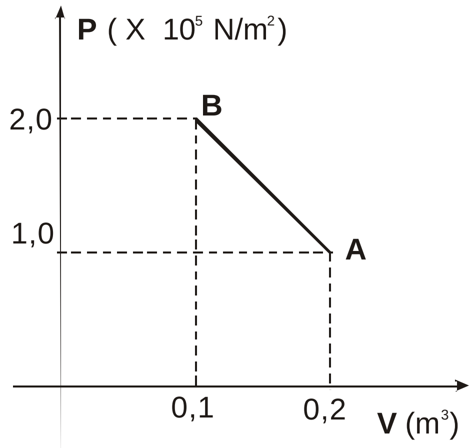
$$V = \omega r$$

$$V = 10 \times 30 \times 10^{-2}$$

$$V = 3{,}0\ m/s$$

$6^{\underline{a}}$ QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um gás ideal é comprimido de um estado **A** para um estado **B**, conforme representado no gráfico **P** X **V** dado abaixo.

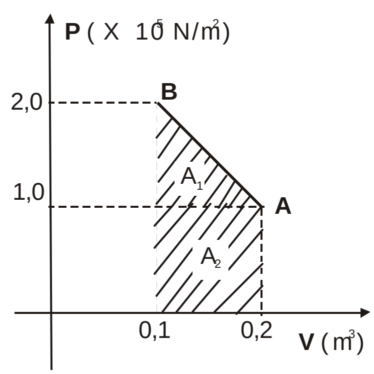


Responda :

a) Qual é o trabalho **W** realizado sobre o gás durante a compressão de **A** para **B**?

b) Supondo que a compressão de **A** para **B** foi realizada tão lentamente que a temperatura do gás não variou durante o processo, qual será a variação ΔU, da energia interna do gás?

Cálculos e respostas:



W = $\int$ PdV = "ÁREA" SOBRE O GRÁFICO = $A_1 + A_2$

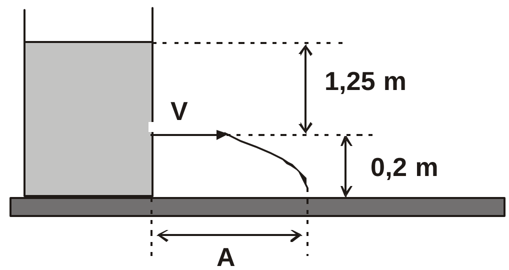
$$W = -\left[\frac{(2{,}0 - 1{,}0)\times 10^5 \times (0{,}2 - 0{,}1)}{2} + 1{,}0 \times 10^5 \times (0{,}2 - 0{,}1)\right]$$

W = -1,5 x 10^6 Joules

b) Como T não varia $\Delta U = 0$

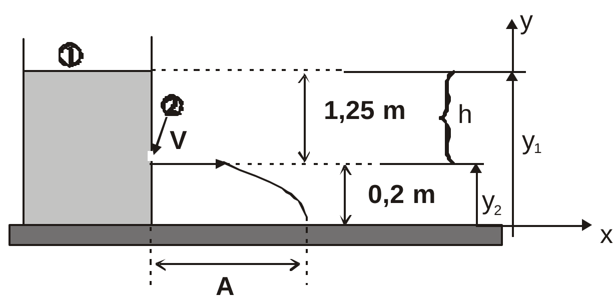
7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Numa caixa d'água bastante larga é feito um furo de pequenas dimensões a **1,25 m** abaixo da superfície livre do líquido, conforme representado na figura abaixo. Considere g = 10 m/s^2.



a) Calcule a velocidade **V** com que a água sai do furo.
b) Supondo que a velocidade com que a água sai do furo é de **5,0 m/s**, calcule o alcance do jato d'água **A** ao atingir o solo a **0,2 m** abaixo do furo.

Cálculos e respostas:



a)

Solução 1

Tudo se passa como uma "Queda Livre" $\Rightarrow$ $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 1{,}25}$

$v = 5{,}0$ m/s

Solução 2

Aplicando-se Bernoulli

$$\cancel{P_1} + \frac{1}{2}\rho \cancel{v_1^2} + \rho g y_1 = \cancel{P_2} + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

= 0 pois $v_1 \approx 0$

$P_1 = P_2 = P_{atm}$

$$g\,\underbrace{(y_1 - y_2)}_{h} = \frac{1}{2} V2 \qquad \Rightarrow \quad \sqrt{2gh} \;= 5{,}0 \text{ m/s}$$

Cálculos e respostas:

b) Em x, $V = \frac{A}{t}$ $\quad$ $A = V.t$ onde $t = tq$ = tempo de queda

Em y, $y_2 = \cancelto{0}{V_{0y}\, t} + \frac{1}{2}\, g t_q^2 \quad \Rightarrow \quad tq = \sqrt{\frac{2y_2}{g}}$

Logo

$$A = v \sqrt{\frac{2y_2}{g}} = 5,0 \text{ x } \sqrt{\frac{2 \times 0,2}{10}} = 5,0 \text{ x } \sqrt{0,04}$$

A = 5, 0 x 0,2 = 1,0 m

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um sistema massa-mola é posto a oscilar em movimento harmônico simples, de modo que o deslocamento da massa em relação ao ponto de equilíbrio é dada por:

$X = 0{,}4.\ \cos(8\pi.t + \pi\ /4)$ (x em metros e t em segundos)

Determine:

a) a freqüência angular **w** e a freqüência **f**, do movimento.
b) a constante de fase (ou fase inicial).
c) a amplitude do movimento.
d) a velocidade máxima atingida pelo corpo.

Cálculos e respostas:

a) comparando com a solução geral do MHS:

$x = A \cos (\omega t + \delta)$

Temos

$\omega = 8\pi = 8 \times 3.14 = 25$ rd/s ou 8π rd/s

Como $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8\pi}{2\pi} = 4{,}0$ Hz

b)

$\delta = \frac{\pi}{4}$ rd

c)

$A = 0{,}4$ m

d)

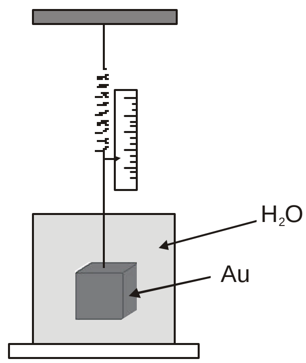
$v = \frac{dx}{dt} = - \omega A \operatorname{sen} (\omega t + \delta)$

no máximo sen = 1 e, em módulo

$V_M = \omega A = 8\pi \cdot 0{,}4 = 3{,}2\pi$ m/s ou 10 m/s

9ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um bloco com 1,0kg de ouro maciço, cuja densidade é de 19,3 g/cm^3 é pendurado por um fio muito leve a uma balança de mola e, em seguida, é totalmente imerso em um recipiente contendo água, conforme mostra a figura. Considere g = 10 m/s^2.



Indique:

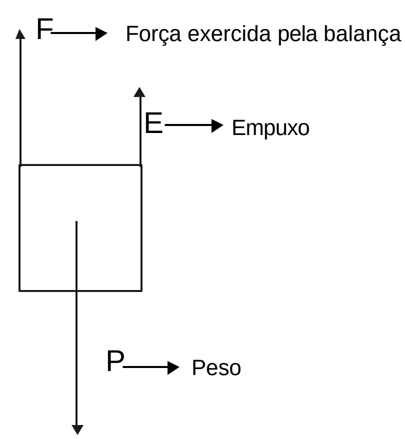
a) o peso do bloco de ouro.
b) o valor acusado pela balança.

Cálculos e respostas:

a)

P = mg = 1, 0 x 10 = 10 N

b) Isolando o bloco de ouro



Temos

F + E = P

F = P – E

$F = mg - \rho_{H2O} \cdot V_{deslocado} \cdot g$

$F = mg - \rho_{H2O} \left(\dfrac{m}{\rho_{Au}}\right) \cdot g$

$F = 1{,}10 \times 10 - 1{,}0 \times \dfrac{1{,}0}{19{,}3} \cdot 10$

F = 10 – 0,5

F = 9,5 N