M a t e m á t i c a – G r u p o I
G a b a r i t o

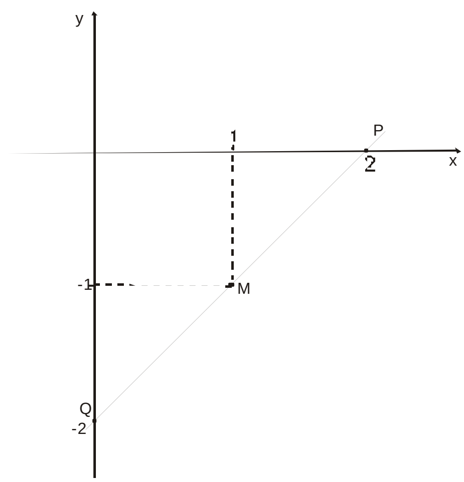
$1^{\underline{a}}$ QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador | Revisor

Considere os pontos P = (2,0), Q = (0, -2) e a origem O = (0,0). Seja M o ponto médio do segmento de reta PQ.

a) Determine as coordenadas do ponto M.
b) Determine a equação da reta que passa por M e pela origem O.
c) Encontre a equação da circunferência cujo centro está em O e que contém M.

Cálculos e resposta:



a) $M = \left(\frac{2+0}{2}, \frac{(-2+0)}{2} \right) \Rightarrow M = (1,-1)$

b) y = ax + b é a equação de uma reta.

Como a reta passa por (0, 0) e (1, -1)

tem-se que:

$x = 0 \Rightarrow y = 0$
$x = 1 \Rightarrow y = -1$

Logo,

$$\begin{cases} 0 = a.0 + b \quad \therefore \quad b = 0 \\ -1 = a.1 + b \quad \therefore \quad a = -1 \end{cases}$$

Portanto,

y = -x é a equação da reta pedida.

c) $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ é a equação de uma circunferência com centro em (h, k) e raio r.

Tem-se que h = 0 e k = 0. O raio r é a distância entre M e O.

Assim, $r^2 = (1 - 0)^2 + (-1 - 0)^2 + (-1 - 0)^2 = 1 + 1 = 2$

Logo, a equação pedida é : $x^2 + y^2 = 2$.

Matemática – Grupo I
Gabarito

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador | | Revisor | |

Em um festival gastronômico, os organizadores escolheram sete pratos distintos a serem saboreados em uma semana, sendo um prato por dia. Porém, três desses pratos foram criados à base de frutos do mar e devem ser saboreados em dias consecutivos. De quantas maneiras distintas podem-se distribuir os pratos durante a semana?

Cálculos e respostas:

Situações possíveis : **3 2 1** 4 3 2 1 ou 4 **3 2 1** 3 2 1

ou 4 3 **3 2 1** 2 1 ou 4 3 2 **3 2 1** 1 ou 4 3 2 1 **3 2 1**

Total de maneiras : 4! 3! . 5 = 24 . 6 . 5 = 720 maneiras

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Seja f uma função real de uma variável real definida por

$$f(x) = \log_{10} (| x - 1| - 1)$$

Determine o domínio de f.

Cálculos e respostas:

Domínio de f = $\{x \in \mathbb{R} \mid |x-1| - 1 > 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-1| > 1\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 > 1 \text{ ou } x - 1 < -1\}$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2 \text{ ou } x < 0\} = (2, +\infty) \cup (-\infty, 0)$

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Considere as matrizes

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad N = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Seja P uma matriz tal que

$$MP = N$$

Encontre a matriz P.

Cálculos e respostas:

Seja P a matriz $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Se MP = N, tem-se que $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix}$

Ou seja:

$$\begin{cases} a + 2c = 2 \\ -a + 4c = -1 \end{cases} \Rightarrow 6c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{6} \;\text{ e }\; a = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\begin{cases} b + 2d = 0 \\ -b + 4d = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 6d = \frac{1}{2} \Rightarrow d = \frac{1}{12} \;\text{ e }\; b = -2.\frac{1}{12} = -\frac{1}{6}$$

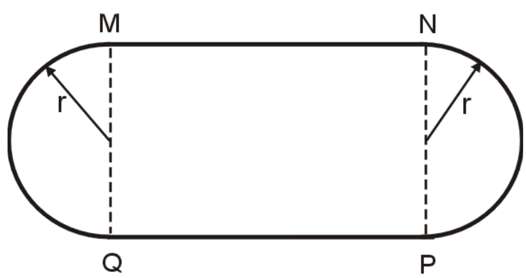
Portanto, $P = \begin{pmatrix} 5/3 & -1/6 \\ 1/6 & 1/12 \end{pmatrix}$

Matemática – Grupo I
Gabarito

5ª QUESTÃO: (2,0 pontos) Avaliador Revisor

Um fazendeiro usou 4000 metros de arame para cercar uma região destinada à plantação de verduras.

A região cercada é formada pelos lados MN e PQ do retângulo MNPQ e pelas semicircunferências $\overset{\frown}{NP}$ e $\overset{\frown}{QM}$, conforme a figura.



Considerando r o raio de cada semicircunferência, determine o valor de r de modo que a área do retângulo MNPQ seja a maior possível.

Cálculos e respostas:

Área do retângulo MNPQ = 2 r x, sendo x o comprimento do lado MN (ou PQ).

Mas, o perímetro da figura deve medir 4000. Portanto, $2\pi r + 2x = 4000$, ou seja, $x = 2000 - \pi r$.

Logo, a área é dada por: $A = 2 r (2000 - \pi r)$; ou seja, $A = - 2 \pi r^2 + 4000 r$,

que é a equação de uma parábola.

O valor de r que fornece a maior área possível do retângulo é obtido calculando-se a abscissa do vértice. Portanto,

$$r = -\frac{b}{2a} = \frac{-4000}{-2.2p} = \frac{1000}{p}$$ m é a resposta.