

cederj

EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA

CECIERJ - FUNDAÇÃO CENTRO DE CIÊNCIAS E
EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA DO ESTADO
DO RIO DE JANEIRO



ATENÇÃO

- Ao desenvolver o tema é indispensável:
 - seguir, atentamente, as instruções sem fugir ao tema;
 - inter-relacionar idéias e argumentar;
 - expressar-se com vocabulário apropriado e em estruturas lingüísticas adequadas;
 - escrever com **letra legível**;
 - produzir um texto **em prosa** com, no mínimo, 20 e, no máximo, 25 linhas, em modalidade e limites solicitados.
- A redação vale dez pontos.

A - Leia a seguir a matéria jornalística e o texto de Carlos Drummond de Andrade como material de reflexão para seu próprio texto.



O Globo , 9 de abril de 2003, primeira página.

A CÂMERA suja de sangue de um fotógrafo ferido no Hotel Palestine, em Bagdá: dois cinegrafistas mortos

O Globo , 10 de abril de 2003, p. 24.



A VERDADE DIVIDIDA

A PORTA da verdade estava aberta mas só deixava passar meia pessoa de cada vez.

Assim não era possível atingir toda a verdade, porque a meia pessoa que entrava só conseguia o perfil de meia verdade. E sua segunda metade voltava igualmente com meio perfil. E os meios perfis não coincidiam.

Arrebentaram a porta. Derrubaram a porta. Chegaram ao lugar luminoso onde a verdade esplendia os seus fogos. Era dividida em duas metades diferentes uma da outra.

Chegou-se a discutir qual a metade mais bela. Nenhuma das duas era perfeitamente bela. E era preciso optar. Cada um optou conforme seu capricho, sua ilusão, sua miopia.

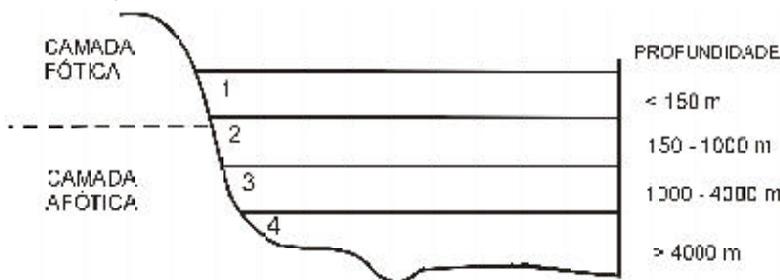
Carlos Drummond de Andrade. *Contos plausíveis*. Rio de Janeiro: José Olympio/ JB, 1981

Rascunho

1ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Dois organismos marinhos pertencentes a espécies diferentes têm como habitat as regiões de um oceano representadas por 1 e 4 no esquema abaixo. Sabe-se que o organismo da região 1 alimenta-se de fitoplancton. É possível afirmar-se que entre estes dois organismos pode ocorrer a relação ecológica de competição interespecífica? Justifique sua resposta.



Resposta:

Não, os dois organismos não apresentam o mesmo nicho ecológico e, por isso, não competem pelos mesmos recursos do meio.

--	--

2ª Questão: (10,0 pontos)

Células hepáticas, em cultura, foram tratadas com uma droga que atua como inibidora da cadeia mitocondrial transportadora de elétrons. Seria possível a produção de ATP, durante um período de tempo, a partir de glicose? Explique sua resposta.

Resposta:

Sim. O ATP poderá ser produzido através da conversão de glicose em lactato (fermentação láctica), processo que ocorre no citoplasma sem a participação da cadeia mitocondrial transportadora de elétrons.

3ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Em experimentos de clonagem, são utilizados plasmídeos com dois genes que codificam enzimas para metabolizar antibióticos como ampicilina e tetraciclina. Ao introduzir esse plasmídeo em uma bactéria, esta é capaz de resistir a esses antibióticos. Suponha que na técnica de clonagem, um fragmento exógeno de DNA foi introduzido no meio da seqüência do gene que confere resistência à tetraciclina. Ao inserir esse plasmídeo modificado na bactéria, observou-se que esta só era resistente à ampicilina. Explique por que na presença de tetraciclina as bactérias, que receberam o plasmídeo modificado, não cresceram.

Resposta:

Ao inserir um fragmento exógeno de DNA na seqüência do gene, a proteína codificada será diferente da que é capaz de conferir resistência à tetraciclina.

4ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Adicionou-se, no momento T2, uma substância X ao meio onde se desenvolvia uma cultura de células. As concentrações extra (C.E.) e intracelulares (C.I.) de X foram monitoradas a curtos intervalos de tempo. No tempo T4, após a retirada de alíquota para medição de C.E. e C.I., adicionou-se, ao meio, cianeto de sódio – um inibidor da cadeia respiratória.

A tabela abaixo ilustra a captação de X pelas células neste experimento.

TEMPO	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
C.I.	-	-	++++	+++++	++++	+++	+++	+++
C.E.	-	++++++	++	+	++	+++	+++	+++

- a) Classifique o transporte da substância X através da membrana plasmática dessas células quanto à necessidade de energia.

Resposta:

Transporte ativo.

- b) Descreva como o cianeto interfere nesse transporte.

Resposta:

O uso de cianeto inibe a formação de ATP prejudicando o transporte de X que é dependente de ATP.

5ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Alguns anos atrás, era comum o aparecimento de casos de raquitismo em crianças de certas regiões do mundo, que são caracterizadas por terem o inverno prolongado, com dias mais curtos.

- a) A carência de determinada vitamina está relacionada ao aparecimento do raquitismo. Especifique tal vitamina.

Resposta:

Vitamina D.

- b) Por que existia um maior número de casos de raquitismo nessas regiões?

Resposta:

A vitamina D presente na pele é ativada por exposição aos raios ultravioleta. Nas regiões onde os dias são mais curtos, a exposição à luz solar é menor, resultando em maior número de casos de crianças com raquitismo.

6ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

A hidroponia baseia-se no fato de que as plantas comuns podem crescer e desenvolver-se plenamente se forem alimentadas, apenas, com uma solução salina adequada. O mesmo não ocorre com os animais, que, nessas condições, sofreriam de grave desnutrição e morreriam. Explique as razões fundamentais dessas diferenças nutricionais entre plantas e animais.

Resposta:

As plantas contendo clorofila podem captar energia luminosa e usá-la na fixação do carbono, a partir do CO_2 do ar, em matéria orgânica necessária a seu crescimento, dependendo, apenas, do suprimento de água e sais. Os animais, no entanto, além de água e sais, dependem do suprimento de carbono orgânico na sua alimentação, não só para a síntese de sua própria matéria orgânica, mas também para satisfazer todas as necessidades energéticas através da oxidação desses compostos.

--	--

7ª Questão: (10,0 pontos)

Nas grandes cidades é comum a presença de grande número de veículos motorizados em ambientes fechados. A deficiência de ventilação em túneis, por exemplo, pode acarretar intoxicações pela presença dos gases tóxicos liberados.

- a) Cite o principal gás tóxico, acumulado nestas situações, que pode ser letal mesmo em concentrações não muito elevadas.

Resposta:

Monóxido de carbono (CO).

- b) Descreva o mecanismo de intoxicação provocado por esse gás.

Resposta:

O monóxido de carbono é um gás extremamente perigoso, que se mistura ao ar e é inspirado. Passa, então, para o sangue e associa-se à hemoglobina. A hemoglobina ligada ao monóxido de carbono não pode transportar oxigênio, causando, dessa forma, um tipo de asfixia que pode causar a morte.

8ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Os gases Sarin e Soman, utilizados em armas químicas, são substâncias organofosforadas que atuam como potentes inibidoras da enzima acetilcolinesterase. Descreva as funções dessa enzima e de seu substrato – a acetilcolina – na junção neuromuscular, mostrando a consequência da ação daqueles gases de guerra, nesse local.

Resposta:

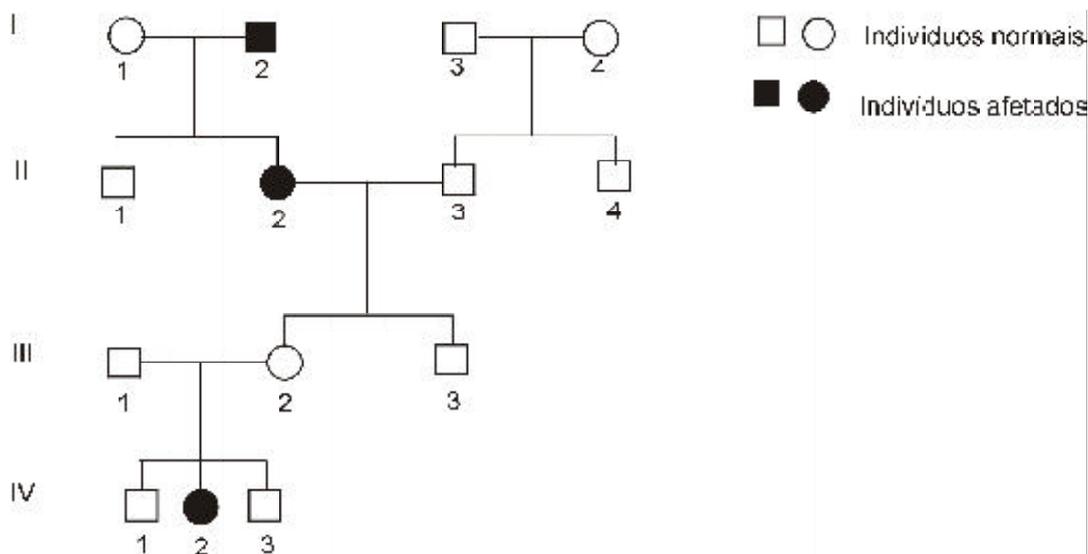
A acetilcolina é o mediador químico da transmissão do impulso nervoso em diversas sinapses entre neurônios e, também, nas junções neuromusculares. Neste último caso, após sua liberação pela terminação nervosa quando da chegada do impulso, desencadeia o processo de contração do músculo esquelético. A acetilcolinesterase, enzima encontrada nessas sinapses, destrói a acetilcolina, permitindo que novos impulsos possam mediar a contração.

Os organofosforados, sendo inibidores desta enzima, promovem um acúmulo de acetilcolina nas placas motoras, desencadeando uma contração contínua do músculo, independente de novos estímulos nervosos.

9ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Em uma família foram observados casos de indivíduos com uma doença caracterizada pela ausência de pigmentos. Analise o heredograma que representa a família citada e responda:



a) Qual o genótipo de I-1 e de III-2?

Resposta:

Para ambos, o genótipo é Aa.

Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias

b) Qual a probabilidade de o casal em III ter uma criança normal? Justifique sua resposta.

Resposta:

Em cada cruzamento dos indivíduos (o casal) em III, que possuem o genótipo Aa, existe a probabilidade de ser gerado descendente com o genótipo:

Aa – 50% ou $\frac{1}{2}$

AA – 25% ou $\frac{1}{4}$

aa – 25% ou $\frac{1}{4}$.

Portanto, a probabilidade desse casal ter um filho normal é de 75% ou $\frac{3}{4}$.

--	--

10ª Questão: (10,0 pontos)

Comparando-se o aparecimento na Terra dos seres eucarióticos, procarióticos e dos vírus, é possível que os vírus tenham surgido em primeiro lugar? Justifique sua resposta.

Resposta:

Não, todos os vírus são, obrigatoriamente, parasitas intracelulares. Fora da célula hospedeira, os vírus não se multiplicam, sendo, portanto, dependentes de outros seres.

Rascunho

1ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Numa rodovia em que a velocidade máxima permitida é de 60 km/h, um automóvel movimenta-se à velocidade constante de 108 km/h. Ao perceber um radar eletrônico a 125 m de distância, o motorista tenta reduzir a velocidade, imprimindo ao automóvel uma aceleração constante de módulo igual a 2,0 m/s².

É possível afirmar que o motorista “escapou” da multa ao passar pelo radar eletrônico? Apresente uma justificativa numérica para sua resposta.

Cálculo e resposta:

$$v^2 = v_0^2 - 2a\Delta S, \text{ sendo } v_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

$$v^2 = 900 - 2 \times 2,0 \times 125 \quad \therefore \quad v = \sqrt{400} = 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$$

Ao passar pelo radar eletrônico, o automóvel estava com uma velocidade superior à permitida (72 km/h). Logo, o motorista não “escapou” da multa.

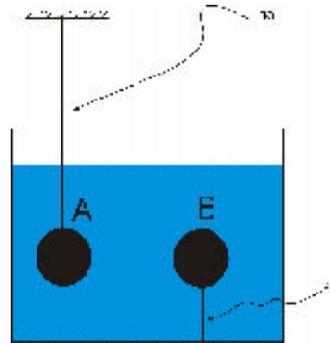
a **Questão:** (10,0 pontos)



Duas esferas, A e B, de mesmo volume e massas específicas diferentes, estão em equilíbrio, totalmente imersas em água, presas a fios inextensíveis e de massas desprezíveis, conforme ilustrado na figura.

Dado:

Massa específica da água = 1,0 g/cm³



Sabendo que as massas específicas das esferas A e B são, respectivamente, 3,0 g/cm³ e 0,60 g/cm³, determine:

- a razão entre as intensidades dos empuxos exercidos pelo líquido sobre as esferas A e B;
- a razão entre as intensidades das forças que os fios exercem sobre as esferas A e B.

Cálculos e respostas:

a) a razão é igual a 1; esferas de volumes iguais e totalmente imersas num mesmo líquido.

b)

	$E + T_A - P_A = 0$	$T_A = P_A - E$	} ÷
	$E - T_B - P_B = 0$	$T_B = E - P_B$	

$$\frac{T_A - P_A - E}{T_B - E - P_B} = \frac{\mu_A Vg - \mu_L Vg}{\mu_L Vg - \mu_B Vg} = \frac{\mu_A - \mu_L}{\mu_L - \mu_B} = \frac{3,0 - 1,0}{1,0 - 0,60}$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{2,0}{0,40} \quad \frac{T_A}{T_B} = 5$$

3ª Questão: (10,0 pontos)



Um pêndulo simples, composto por um fio inextensível, com comprimento igual a 1,5 m e uma esfera de massa 0,50 kg, é posto a oscilar em um plano vertical. No instante em que a esfera passa pelo ponto mais baixo da trajetória, sua velocidade é 3,0 m/s.

Considerando a aceleração da gravidade 10 m/s² e a massa do fio desprezível, determine a intensidade da tração no fio, nesse instante.

Cálculo e resposta:

$$a_c = v^2/R = 6 \text{ m/s}^2$$

$$T - P = ma_c$$

$$T = 5 + 0,5 \times 6 = 8,0 \text{ N}$$

Rascunho

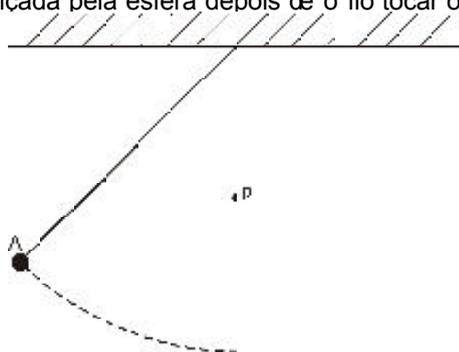
4ª Questão: (10,0 pontos)



Um pêndulo simples, constituído de uma esfera presa à extremidade de um fio inextensível e de massa desprezível, está pendurado na vertical. A esfera é deslocada de sua posição de equilíbrio e é, então, abandonada da posição A, assinalada na figura. A esfera movimenta-se ao longo da linha pontilhada até que o fio alcança o pino p. No ponto inferior da trajetória, a velocidade da esfera é igual a 5,0 m/s. Considerando que os atritos são desprezíveis, determine a altura máxima alcançada pela esfera depois de o fio tocar o pino.

Dado:

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$



Cálculo e resposta:

$$mgh = mv^2 / 2$$

$$h = 25 / (2 \times 10)$$

$$h = 1,25\text{m} \approx 1,3\text{m}$$

5ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Um adolescente e uma criança, com massas respectivamente iguais a 70 kg e 35 kg, estão sobre “skates”, parados um diante do outro, conforme mostra a figura.



A criança com um empurrão imprime ao adolescente uma velocidade de 0,40 m/s e os dois se afastam. Determine o módulo da velocidade da criança imediatamente após o empurrão.

Cálculo e resposta:

$$p_i = p_f \quad 0 = p_A + p_C$$

$$p_A = - p_C \quad m_A v_A = - m_C v_C$$

$$v_C = \frac{\cancel{70} \times 0,40}{\cancel{35}} = 0,80 \text{ m/s}$$

6ª Questão: (10,0 pontos)



Calcule a quantidade de calor necessária para transformar totalmente 1,0 g de gelo, inicialmente à temperatura de $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$, em vapor d'água à temperatura de $120\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Dados:

calor específico do gelo = $0,50\text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$

calor específico da água = $1,0\text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$

calor específico do vapor d'água = $0,50\text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$

calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g

calor latente de vaporização da água = 540 cal/g

Cálculo e resposta:

$$Q_1 = mc_{\text{gelo}}(T_f - T_i)$$

$$Q_1 = 1,0 \times 0,50 \times [0 - (-10)] = 5\text{ cal}$$

$$Q_2 = mL_f = 80\text{ cal}$$

$$Q_3 = mc_{\text{água}}(T_{\text{ebulição}} - T_f)$$

$$Q_3 = 1,0 \times 1,0 \times (100 - 0) = 100\text{ cal}$$

$$Q_4 = mL_v = 540\text{ cal}$$

$$Q_5 = mc_{\text{vapor}}(T_{\text{vapor}} - T_{\text{ebulição}})$$

$$Q_5 = 1,0 \times 0,50 \times 20 = 10\text{ cal}$$

$$Q_{\text{total}} = 735\text{ cal}$$

Rascunho

7ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Observando-se uma lâmpada, que emite luz em todas as direções, situada no fundo de uma piscina, percebe-se a formação de uma área circular luminosa na superfície da água. Esse efeito deve-se à existência de um ângulo limite de incidência da luz na superfície da água, a partir do qual a luz é totalmente refletida.

Determine o seno do ângulo limite em função dos índices de refração da água ($n_{\text{água}}$) e do ar (n_{ar}).

Cálculo e resposta:

$$n_{\text{água}} \sin \theta_L = n_{\text{ar}} \sin (90^\circ)$$

$$\sin \theta_L = \frac{n_{\text{ar}}}{n}$$

8ª Questão: (10,0 pontos)



Um projetor de “slides” deve projetar na tela uma imagem ampliada 24 vezes. A distância entre o “slide” e a tela é de 250 cm. Determine:

- a) a distância entre o “slide” e a lente;
- b) a distância focal da lente.

Cálculos e respostas:

$$p + p' = 250$$

$$A = 24 = p'/p$$

$$p' = 24p$$

$$p + 24p = 250$$

$$p = 10\text{cm}$$

$$1/f = 1/10 + 1/240$$

$$f = 9,6\text{cm}$$

9ª Questão: (10,0 pontos)



Duas pequenas esferas condutoras idênticas, uma eletrizada com carga q e a outra com carga $3q$, estão afastadas a uma distância d . Nessa situação a intensidade da força elétrica entre elas é F . A seguir, as esferas são postas em contato uma com a outra e afastadas até uma distância $2d$, onde a intensidade da força entre elas passa a ser F' . Determine:

- a) as cargas nas esferas na situação final;
- b) a razão entre F e F' .

Cálculos e respostas:

a) $(q + 3q)/2 = 2q$

b) antes do contato: $F = k \frac{3q^2}{d^2}$

após o contato: $F' = k \frac{4q^2}{4d^2} = k \frac{q^2}{d^2}$

$$\frac{F}{F'} = 3$$

Rascunho

10ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Uma lâmpada de filamento possui a especificação 3,0 W – 6,0 V.

- a) Determine o valor da resistência elétrica do filamento.
- b) Uma pessoa, equivocadamente, utiliza essa lâmpada em uma lanterna, submetendo-a a uma ddp de 3,0 V.

Determine para esta situação a potência dissipada pela lâmpada.

Cálculos e respostas:

$$\text{a) } P = \frac{U^2}{R} \quad \therefore R = \frac{U^2}{P} \quad \therefore R = \frac{6,0^2}{3,0} \quad R = 12\Omega$$

$$\text{b) } \frac{P'}{P} = \frac{U'^2}{U^2} \times \frac{R}{R} = \frac{3,0^2}{6,0^2} = \frac{1}{4} \rightarrow P' = 0,75W$$

Rascunho

1ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Mensalmente, Marcelo paga pelo aluguel de seu apartamento um sexto do seu salário, gasta metade do restante em alimentação e deposita na poupança um quarto do que sobra.

Que fração do salário de Marcelo resta para as demais despesas?

Cálculo e resposta:

Seja S o salário de Marcelo

Paga pelo aluguel: $\frac{S}{6}$

Gasta em alimentação: $\frac{1}{2} \left(S - \frac{S}{6} \right) = \frac{5}{12} S$

Deposita na poupança: $\frac{1}{4} \left(S - \frac{S}{6} - \frac{5}{12} S \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{5}{6} S - \frac{5}{12} S \right) = \frac{5}{48} S$

Sobra

$$S - \frac{S}{6} - \frac{5}{12} S - \frac{5}{48} S = S - \frac{33}{48} S = \frac{15}{48} S = \frac{5}{16} S$$

Para as demais despesas resta $\frac{5}{16}$ do salário de Marcelo.

2ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Encontre a equação da reta cujos pontos são equidistantes dos pontos (-2,0) e (0,-1).

Cálculo e resposta:

Seja $P = (x, y)$ um ponto da reta

Temos,

$$\text{distância de } P \text{ ao ponto } (-2, 0) = \sqrt{(x + 2)^2 + y^2}$$

$$\text{distância de } P \text{ ao ponto } (0, -1) = \sqrt{x^2 + (y + 1)^2}$$

Assim,

$$\sqrt{(x + 2)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y + 1)^2} \Rightarrow (x + 2)^2 + y^2 = x^2 + (y + 1)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 = x^2 + y^2 + 2y + 1 \Leftrightarrow 4x - 2y + 3 = 0$$

3ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Resolva, em \mathbb{R} a inequação

$$\frac{1}{x^2} \leq \frac{1}{|x|}$$

Cálculo e resposta:

$$\frac{1}{x^2} \leq \frac{1}{|x|} \Leftrightarrow |x| \leq x^2, \quad x \neq 0$$

sup $x > 0$:

$$x \leq x^2 \Rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x(x - 1) \geq 0$$



$$\Rightarrow x \geq 1$$

sup $x < 0$

$$-x \leq x^2 \Rightarrow x^2 + x \geq 0 \Rightarrow x(x + 1) \geq 0$$



$$\Rightarrow x \leq -1$$

Logo, o conjunto solução é $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1 \text{ ou } x \leq -1\}$

Rascunho

4ª Questão: (10,0 pontos)



João decidiu arrumar suas camisas nas gavetas de seu armário. Ao colocar cinco camisas em cada gaveta, três gavetas ficaram vazias. Caso ele tivesse colocado três camisas em cada gaveta, cinco camisas teriam ficado de fora.

Quantas camisas João possui?

Cálculo e resposta:

Sejam C o número de camisas e G o número de gavetas.

Formamos o sistema

$$\begin{cases} 5(G - 3) = C \\ 3G + 5 = C \end{cases}$$

Obtemos,

$$5G - 15 = 3G + 5 \Rightarrow 2G = 20 \Rightarrow G = 10$$

e

$$C = 3 \times 10 + 5 = 35$$

Concluimos que João possui 35 camisas.

5ª Questão: (10,0 pontos)

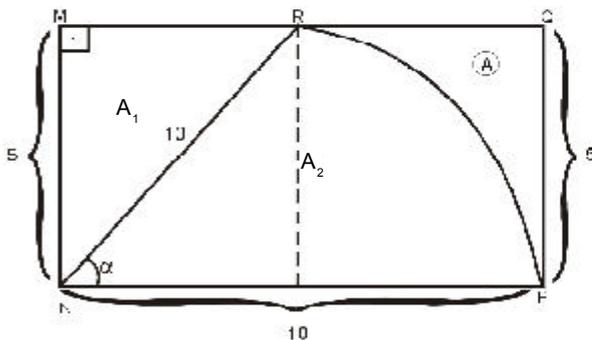


No interior de um cercado retangular com 10 metros de comprimento por 5 metros de largura, encontra-se um cavalo amarrado a uma das extremidades de uma corda, que tem sua outra extremidade fixada em um dos cantos do cercado.

O cavalo anda no interior do cercado e consegue afastar-se, no máximo, 10 metros do canto em que a corda está fixada.

Calcule a área, em metro quadrado, da região limitada pelo cercado que não é alcançada pelo cavalo.

Cálculo e resposta:



$$10^2 = 5^2 + \overline{MR}^2 \Rightarrow \overline{MR} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\text{sen} \alpha = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\text{Área (A)} = \text{Área (cercado)} - \text{Área (A}_1) - \text{Área (A}_2)$$

$$\text{Área (cercado)} = 10 \times 5 = 50 \text{ m}^2$$

$$\text{Área (A}_1) = \frac{5\sqrt{3} \times 5}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2$$

$$\text{Área (A}_2) = \frac{\pi \times 10^2 \times \frac{\pi}{6}}{2\pi} = \frac{100\pi}{12} = \frac{25\pi}{3} \text{ m}^2$$

$$\text{Área (A)} = \left(50 - \frac{25\sqrt{3}}{2} - \frac{25\pi}{3} \right) \text{ m}^2$$

6ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Suponha que, no organismo de certa pessoa, após a ingestão de determinada quantidade de cerveja, a concentração de álcool varie com o tempo de acordo com a equação

$$C(t) = 0,44e^{-0,0075t},$$

sendo $C(t)$ a concentração do álcool em grama por litro e t o tempo em minuto.

Após essa pessoa ingerir a referida quantidade de cerveja, em quanto tempo a concentração de álcool em seu organismo será igual a 0,11 grama por litro?

use $\ln 2 = 0,69$

Cálculo e resposta:

$$0,11 = 0,44 e^{-0,0075t} \Leftrightarrow e^{-0,0075t} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -0,0075t = -\ln 4$$

Assim,

$$t = \frac{\ln 4}{0,0075} = \frac{\ln 2^2}{75} \times 10000 = 184 \text{ minutos}$$

Rascunho

7ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Determine quantos números de quatro algarismos distintos, escolhidos de 1 a 9, podem ser formados, respeitando-se, para cada número, a seguinte condição: se o algarismo 1 pertencer ao número, então o algarismo 9 não pode pertencer a esse número.

Cálculo e resposta:

Suponha que o algarismo 1 não pertença ao número.

Podemos formar $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$ números.

Suponha que o algarismo 9 não pertença ao número.

Também podemos formar $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$ números.

Suponha que nem o 1 nem o 9 pertençam ao número.

Neste caso, podemos formar

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840 \text{ números.}$$

No total, $1680 + 1680 - 840 = 2520$ números podem ser formados.

8ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Determine os valores dos números reais M e N de modo que a fração algébrica

$$\frac{x^2 + Mx + N}{4x^2 + 3}$$

tenha o mesmo valor numérico para todo x real.

Cálculo e resposta:

Para todo $x \in \mathbb{R}$ devemos ter $\frac{x^2 + Mx + N}{4x^2 + 3} = k$

Logo,

$$x^2 + Mx + N = 4kx^2 + 3k$$

Concluimos que

$$4k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}$$

$$3k = N \Leftrightarrow N = \frac{3}{4} \quad \text{e} \quad M = 0$$

9ª Questão: (10,0 pontos)

--	--

Um comerciante compra uma caixa de garrafas de água mineral por 26 reais. Depois de retirar quatro garrafas da caixa, vende o restante pelo mesmo preço de compra da caixa completa, obtendo um lucro de 25%. Calcule o número de garrafas contidas, inicialmente, na caixa.

Cálculo e resposta:

Seja N o número de garrafas inicialmente contidas na caixa.

$$\text{Preço de cada garrafa} = \frac{26}{N}$$

$$\text{Ao retirar quatro garrafas, o preço de cada garrafa passa a ser de } \frac{26}{N - 4}$$

$$\frac{26}{N - 4} = 1,25 \frac{26}{N} \Leftrightarrow N = 1,25 N - 5 \Leftrightarrow 0,25N = 5 \Leftrightarrow N = \frac{5}{0,25} = 20$$

Inicialmente, havia 20 garrafas na caixa.

Rascunho

10ª Questão: (10,0 pontos)

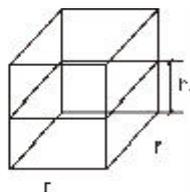
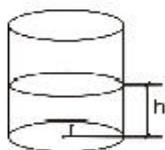


Um recipiente tem a forma de um cilindro circular reto com raio da base igual a r , e outro tem a forma de um cubo de aresta r .

Esses dois recipientes contêm o mesmo volume de água. A altura do nível da água do recipiente cilíndrico é igual a h_1 e a do recipiente cúbico é igual a h_2 .

Calcule o valor da razão $\frac{h_1}{h_2}$.

Cálculo e resposta:



$$\begin{cases} V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h_1 \\ V_{\text{cubo}} = r^2 h_2 \end{cases}$$

$$\text{Assim, } \pi \cancel{r^2} h_1 = \cancel{r^2} h_2 \Leftrightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{\pi}$$