1ª Questão:

João deve saldar uma dívida de R$ 10.000,00, vencida há alguns meses, e foi informado de que o credor iria aplicar o fator de correção $1\frac{1}{3}$ a fim de estabelecer o **valor atualizado da dívida**.

Para determinar o valor a ser pago, o credor usou o fator de correção convertido em número decimal, considerou, apenas, as duas casas decimais após a vírgula e desprezou as demais. João fez seu cálculo usando o fator de correção na forma de fração ordinária, converteu o resultado obtido em número decimal, considerando, tal como o credor, apenas as duas casas decimais após a vírgula, desprezando as demais.

Determine os valores calculados pelo credor e por João. Compare-os e indique se, em relação ao **valor atualizado da dívida**, algum desses cálculos foi realizado com mais precisão do que o outro. Justifique sua resposta.

Cálculos e respostas:

$$1\frac{1}{3} \cong 1{,}33$$

1) $13.300{,}00 = 1{,}33 \times 10.000{,}00$

2) $\dfrac{40.000{,}00}{3} = 1\dfrac{1}{3} \times 10.000{,}00$

$$40.000{,}00 \div 3 = 13.333{,}33$$

Fator de correção usado pelo credor 1,33

Fator de correção usado por João = $\dfrac{13.333{,}33}{10.000} = 1{,}333333$

Fator correção real $1\dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{3} = 1{,}333...$

Logo o fator de correção usado por João está mais próximo do fator de correção real.

Resp.: A diferença entre os dois resultados obtidos é de R$ 33,33. O cálculo de João foi realizado com mais precisão.

2ª Questão:

Um provedor de INTERNET cobra, mensalmente, R$ 20,00 do cliente que utiliza até 15 horas de seus serviços e mais R$ 1,50 por cada hora extra, até a décima hora, sendo que, após este tempo de utilização a mensalidade cobrada é R$ 35,00.

Sabendo que o provedor considera, para efeito de cálculo da mensalidade, a fração de hora como hora inteira, determine:

a) a mensalidade cobrada a um usuário que utilizou a INTERNET 22 horas no mês;

b) uma lei que expresse o custo mensal C(h) de utilização, em função do número de horas de serviço h (incluindo frações da hora) utilizadas.

Cálculos e respostas:

a) $20 + 1{,}5 \times (22 - 15) = 20 + 1{,}5 \times 7 = 20 + 10{,}5 = 30{,}5$

Resp.: R$ 30,50

b) $$C(h) = \begin{cases} 20 & \text{se} \quad 0 \leq h \leq 15 \\ 20 + 1{,}5\,([h] - 14) & 15 < h < 25,\ h \notin \mathbb{N} \\ 20 + 1{,}5\,(h - 15) & 15 < h \leq 25,\ h \in \mathbb{N} \\ 35 & \text{se} \quad 25 < h \leq 720 \end{cases}$$

[h] = maior número inteiro não superior a h.

3ª Questão:

Meu avô, que nasceu no dia 29 de fevereiro de um ano bissexto, tem, na presente data, 77 anos de idade.

Determine quantos aniversários de meu avô ocorreram no dia e mês do seu nascimento.

Cálculos e respostas:

77 anos ⟶ 2001 – 77 = 1924

Nasceu em 1924

Primeiro aniversário em ano bissexto ⟶ 1928

Último aniversário em ano bissexto ⟶ 2000

Intervalo entre anos bissextos ⟶ 4 anos

PA de razão 4

$1928 + (n - 1) \times 4 = 2000$

$n = (72 + 4)/4 = 19$

Resp.: 19 aniversários

4ª Questão:

Inicialmente, em certo habitat, encontram-se populações de lagartas e borboletas em quantidades indicadas, respectivamente, por L_0 e B_0.

A partir da interferência de um agente externo, as quantidades L de lagartas e B de borboletas, decorridos t dias, passaram a ser determinadas pelas leis:

$$L = L_0 . 4^{0,1t} \quad \text{e} \quad B = B_0 . 2^{0,1t}$$

Sabendo que $L_0 = \dfrac{B_0}{32}$, determine após quantos dias, a partir da interferência do referido agente, a quantidade de lagartas tornou-se igual a de borboletas.

Cálculos e respostas:

$$\frac{\cancel{B_0}}{32} . 4^{0,1t} = \cancel{B_0} . 2^{0,1t}$$

$$2^{0,2t-5} = 2^{0,1t}$$

$0,2t - 5 = 0,1t$

$0,1\, t = 5$

$t = 50$

Resp.: 50 dias

5ª Questão:

Um reservatório de água em forma de cilindro circular reto, sem tampa, possui raio da base 1 metro e altura 5 metros (Fig. I). Por motivos técnicos, o reservatório será inclinado, elevando-o, no ponto B, em 56 centímetros, relativamente ao plano horizontal sobre o qual está colocado (Fig. II).

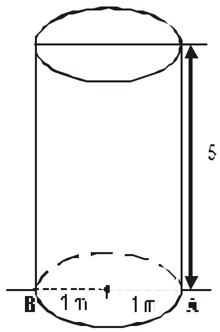


Fig. I

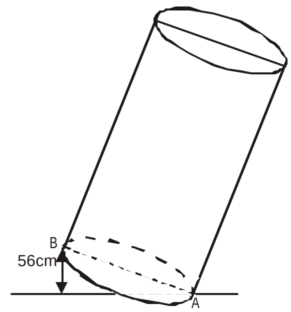
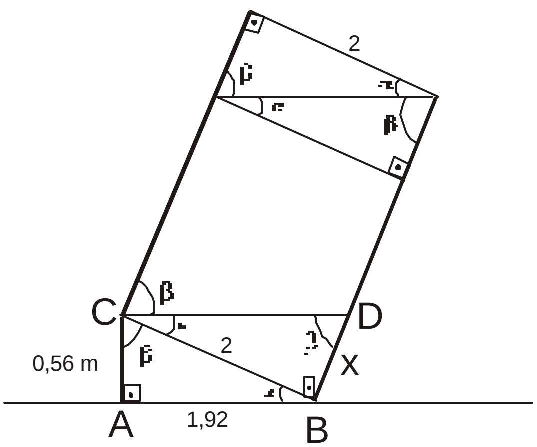


Fig. II

Determine a quantidade máxima de litros de água que se pode colocar no reservatório, quando na posição da Fig. II, sem que ele transborde.

Cálculos e respostas:



Pelo Teorema de Pitágoras tem-se:

$\overline{AB}^2 = 4 - 0{,}56^2 = 4 - 0{,}3136 = 3{,}6864$

$\overline{AB} = 1{,}92$

$\Delta\, ABC \sim \Delta\, BCD$.

$$\frac{1{,}92}{2} = \frac{0{,}56}{x} \Rightarrow x = \frac{1{,}12}{1{,}92}$$

$$V = \pi \cdot 1^2 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot \frac{1{,}12}{1{,}92} = 5\pi - \frac{7\pi}{24} = \frac{113\pi}{24}\ m^3$$

Resp.: $V = \dfrac{113\pi}{24} m^3 = \dfrac{113000}{24}\pi\ dm^3$

$= \dfrac{14125}{3}\pi$ litros

6ª Questão:

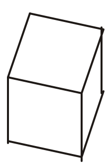
Dois dados brancos, idênticos e em forma de cubo serão usados em um jogo. Para isso, um dos dados terá duas de suas faces pintadas de preto e uma pintada de vermelho; o outro dado terá duas de suas faces pintadas de vermelho e uma pintada de preto.

Nesse jogo, os dois dados serão lançados nas mesmas condições sobre uma superfície plana; o jogador só ganhará ponto se as cores que aparecerem na face superior desses dados forem iguais.

Determine a probabilidade de o jogador marcar ponto no lançamento dos dois dados.

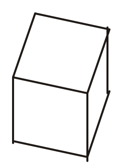
Cálculos e respostas:

Dado 1



2 P
1 V
3 B

Dado 2



2 V
1 P
3 B

$p\,(P) = \frac{2}{6}$ $\qquad$ $\tilde{p}\,(P) = \frac{1}{6}$

$p\,(V) = \frac{1}{6}$ $\qquad$ $\tilde{p}\,(V) = \frac{2}{6}$

$p\,(B) = \frac{3}{6}$ $\qquad$ $\tilde{p}\,(B) = \frac{3}{6}$

A probabilidade pedida é

$$p\,(P)\ \tilde{p}\,(P) + p\,(V)\ \tilde{p}\,(V) + p\,(B)\ \tilde{p}\,(B)$$

$$= \frac{2}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{13}{36}$$

7ª Questão:

Um agricultor plantou arroz, feijão e milho, em uma área de 30 alqueires. Ele espera vender a colheita de cada alqueire plantado de arroz, feijão e milho, respectivamente, por R$ 6.000,00, R$ 9.000,00 e R$ 3.000,00.

Sabe-se que esse agricultor espera arrecadar com a venda do arroz o dobro do que arrecadar com a venda do milho e, com a venda de feijão, o triplo do que arrecadar com a venda do arroz.

Considerando as condições descritas, determine a área que o agricultor destinou a cada uma dessas plantações, bem como o valor total que arrecadará com a colheita, se suas expectativas se concretizarem.

Cálculos e respostas:

$x \longrightarrow$ nº de alq. de milho

$y \longrightarrow$ nº de alq. de arroz

$z \longrightarrow$ nº de alq. de feijão

$x + y + z = 30$

$6000\,y = 2 \times 3000\,x \quad \Rightarrow \quad x = y$

$9000z = 3 \times 6000\,y \qquad z = 2y \quad \Rightarrow \quad z = 2x$

$\therefore \quad x + x + 2x = 30 \qquad x = 7{,}5 \qquad y = 7{,}5$

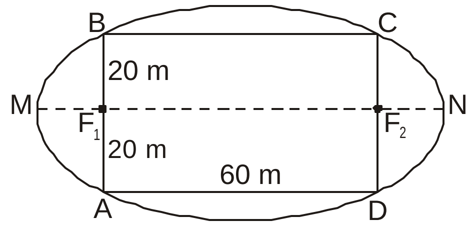
$\Rightarrow \quad z = 15$

$7{,}5 \times 3000 + 7{,}5 \times 6000 + 15 \times 9000 = 22500 + 45000 + 135000 = 202500$

Resp.: O agricultor plantou 7,5 alqueires de milho, 7,5 alqueires de arroz e 15 alqueires de feijão; sua arrecadação total deverá ser R$ 202.500,00.

8ª Questão:

Uma pista de atletismo em forma de elipse passa pelos quatro vértices A, B, C e D de um campo de futebol retangular de dimensões 60 metros e 40 metros. Sabendo que os focos F_1 e F_2 estão no ponto médio dos lados AB e CD do campo (figura), determine o comprimento do eixo maior MN da elipse.



Cálculos e respostas:

Definição de elipse $\Rightarrow$

(1) $\overline{F_1C} + \underbrace{\overline{CF_2}}_{20} = \overline{MN}$

Pelo Teorema de Pitágoras

(2) $\overline{F_1C} = \sqrt{\overline{F_1F_2}^2 + \overline{F_2C}^2} = \sqrt{60^2 + 20^2}$

$= 20\sqrt{10}$

De (1) e (2)

$\overline{MN} = 20\sqrt{10} + 20$

$= 20\,(1 + \sqrt{10})$ metros

9ª Questão:

Um tanque cúbico, destinado à criação de peixes é mantido, permanentemente, com sua capacidade total de água. Para efeito de controle das condições de qualidade da água, instalou-se um equipamento constituído por duas hastes, idênticas e inflexíveis, cujas bases articuladas são fixadas a 40 metros de distância uma da outra em vértices opostos da borda quadrada do tanque.

Um fio inextensível deve ser esticado e preso por suas extremidades, à mesma altura h, em cada uma das hastes. No ponto médio desse fio será fixado um instrumento que, mediante o movimento simultâneo das hastes, será imerso na água para coletar amostras, periodicamente (Fig. I).

Determine a altura h para que as hastes se inclinem exatamente de 30º em relação à vertical, no instante em que o fio toca a água, deixando submerso o referido instrumento (Fig. II):

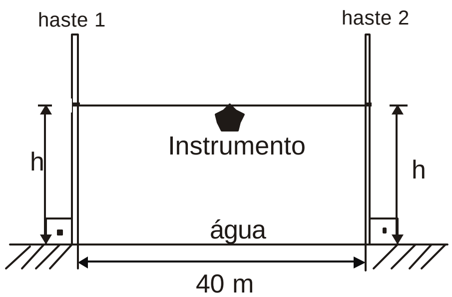


Fig. I

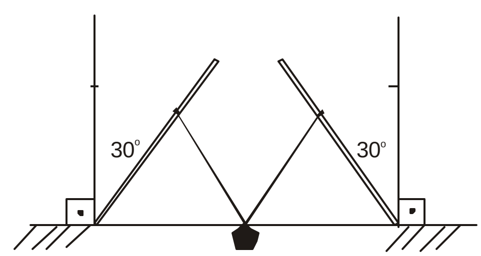
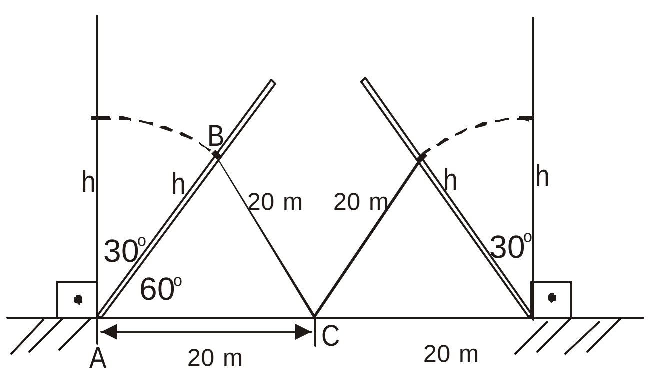


Fig. II

Cálculos e respostas:



Δ ABC é isósceles e $\overline{CA} = \overline{CB} = 20\,m$

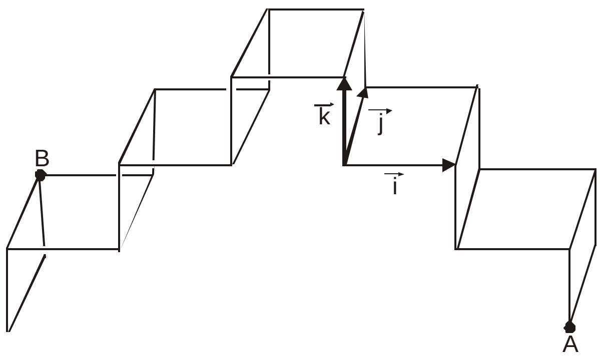
$\Rightarrow$ $A\hat{B}C = C\hat{A}B = 60^o$ $\therefore$ $A\hat{C}B = 60^O$

$\therefore$ Δ ABC é eqüilátero. Logo h = 20 m

Resp.: h = 20 m.

10ª Questão:

Uma formiga, em busca de alimento, caminha do ponto A ao ponto B sobre a armação de arame cujas arestas têm o mesmo comprimento e são perpendiculares, duas a duas, em cada vértice (figura abaixo).



Calcule, em termos dos vetores $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$, o vetor $\overrightarrow{AB}$, resultante do trajeto da formiga.

Cálculos e respostas:

$\overrightarrow{AB} = \vec{j} + \vec{k} - 5\vec{i}$